

PROGETTO LAUREE SCIENTIFICHE 2013/14: MATEMATICA

Responsabile Ornella Robutti

PERCORSO di STORIA DELLE MATEMATICHE

DOCENTI FORMATORI:

LIVIA GIACARDI, Dipartimento di Matematica “Giuseppe Peano”, livia.giacardi@unito.it

ERIKA LUCIANO, Dipartimento di Matematica “Giuseppe Peano”, erika.luciano@unito.it

CHIARA PIZZARELLI, Dipartimento di Matematica “Giuseppe Peano”, pizzarelli.chiara@gmail.com
chiara.pizzarelli@unito.it

CLARA SILVIA ROERO, Dipartimento di Matematica “Giuseppe Peano”, clarasilvia.roero@unito.it

DESTINATARI:

insegnanti e studenti della Scuole secondarie di secondo grado

CONTENUTI:

I temi che si affronteranno nella sperimentazione sono i seguenti e sono stati scelti tenendo presenti le Indicazioni Ministeriali relative ai nuovi programmi (marzo 2010):

La geometria di Euclide, Archimede e Apollonio.

Le origini dell'algebra: dagli Egizi agli Arabi

L'algebra dalla matematica araba al calcolo letterale di Viète.

La geometria analitica: dalle curve alle equazioni.

Il ‘teorema fondamentale del calcolo integrale’ (XVII-XIX sec.).

Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità e alla statistica.

La logica e la teoria ingenua degli insiemi.

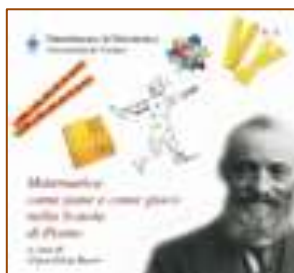
Giochi matematici.

MATERIALI DIDATTICI:

Laboratori di Storia delle matematiche, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008

Lecture matematiche, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2010-11



FASI:

La sperimentazione si articolerà in tre fasi:

- incontri periodici con gli insegnanti
- sperimentazione in classe effettuata dagli insegnanti stessi
- presentazione dei risultati delle sperimentazioni a fine anno scolastico.

SCOPI:

- illustrare su esempi opportunamente scelti, o attraverso letture mirate, **la maturazione di concetti, metodi e tecniche della matematica insegnata**, in modo da mostrarne la genesi storica e da collocarli in un contesto culturale più ampio;
- di **creare attività didattiche coerenti** con lo svolgimento del programma che, attraverso la storia delle matematiche, permettano di evidenziare difficoltà di apprendimento e chiarire nodi concettuali;
- avviare i ragazzi alla **lettura di testi matematici classici**.

PROGETTO LAUREE SCIENTIFICHE 2014/15: MATEMATICA

Responsabile Ornella Robutti

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA - UNIVERSITA' DI TORINO

PERCORSO di STORIA DELLE MATEMATICHE

DOCENTI FORMATORI: Livia Giacardi (livia.giacardi@unito.it) Erika Luciano (erika.luciano@unito.it) Chiara Pizzarelli (chiara.pizzarelli@unito.it), Clara Silvia Roero (clarasilvia.roero@unito.it), Elena Catasso, Stefano Moretti (stefano.moretti.81@gmail.com).

DESTINATARI: Scuole secondarie di primo e secondo grado: Insegnanti e Gruppi di studenti.

PROGETTO DIDATTICO: Un percorso didattico strutturato nella modalità del workshop, articolato in 10 ore, suddivise in due incontri da 3 ore e un incontro finale da 4 ore.

PREREQUISITI: Gli studenti dovranno conoscere gli elementi di base dell'aritmetica, della geometria piana e solida, dell'algebra, dell'analisi e del calcolo delle probabilità.

CONTENUTI: I temi che si affronteranno sono stati scelti tenendo presenti le Indicazioni Ministeriali relative ai nuovi programmi (marzo 2010):

1. Terminologia matematica dall'antichità ad oggi: intrecci culturali multidisciplinari
2. Sistemi di numerazione, operazioni e strumenti di calcolo
3. La geometria di Euclide, Archimede e Apollonio.
4. La storia dell'algebra: dalle civiltà arcaiche alla matematica cinese e indiana.
5. L'algebra e la matematica nel Rinascimento italiano.
6. La storia dei poliedri regolari e semiregolari da Pitagora a Cauchy.
7. La geometria analitica: dalle curve alle equazioni (Descartes, Fermat).
8. Il teorema fondamentale del calcolo integrale (secoli XVII-XIX)
9. Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità.
10. La logica e la teoria ingenua degli insiemi.
11. Calendario e matematica nella storia.
12. Giochi matematici: abachi, regoli, quadrati magici, geometria della carta piegata, problemi capziosi.

MATERIALI DIDATTICI:

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano, cd-rom N. 6, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008, costo: 5 Euro.

Laboratori di Storia delle matematiche per le Scuole, cd-rom N. 7, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013, costo: 5 Euro.

Lecture matematiche, cd-rom, Torino Dipartimento di Matematica G. Peano, 2010-11.

FASI: La sperimentazione si articolerà in incontri periodici con gli insegnanti e con gruppi di studenti.

SCOPI: illustrare su esempi e letture l'ideazione e lo sviluppo storico di concetti, metodi e tecniche della matematica, collocandoli in un contesto culturale più ampio che ne mostri le intersezioni con altri rami del sapere;

- creare attività didattiche coerenti con lo svolgimento del programma che, attraverso la storia delle matematiche, permettano di superare difficoltà di apprendimento, chiarendo nodi concettuali e stimolando la creatività;
- avviare alla lettura di biografie, fumetti e romanzi in cui è presente la matematica e la sua storia.





Modulo PLS Storia Storia delle matematiche 2016

Liva Giacardi, Silvia Roero, Erika Luciano, Chiara Pizzarelli, Maria
Anna Raspanti



 **Piano Lauree Scientifiche**
in collaborazione con MIUR, con.Scienze, Confindustria

Indicazioni Nazionali per i Licei

«Si evidenzia l'importanza di **connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche** che le hanno originate e di approfondirne il significato.

Lo studente saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale attraverso una visione storico critica anche in relazione al **contesto filosofico, scientifico e tecnologico**.

Lo studente dovrà acquisire il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la **matematica nel pensiero greco**, la **matematica infinitesimale** che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal **razionalismo illuministico** e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un **nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi** (tecnologia, scienze sociali, economiche e biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica».

Storia della Matematica in classe: perché?

- la storia della matematica rende l'insegnamento della matematica **più piacevole e stimolante**
- la storia della matematica conferisce alla disciplina la sua **dimensione culturale e interculturale** [Djebbar 2013]
- la storia della matematica fa comprendere **che la matematica è una disciplina viva**
- la storia della matematica favorisce la **riflessione sia sugli oggetti matematici e sulla loro evoluzione, sia sul modo di introdurli in classe** [Radford 1997; Furinghetti - Radford 2008; ...]

*il modo in cui un'antica idea è stata forgiata può aiutarci a ritrovare quegli antichi significati che, con un'opportuna opera di **adattamento didattico**, possono probabilmente essere ridisegnati e resi compatibili con i moderni programmi scolastici* [Radford 1997]

*“La formazione di docenti di matematiche, che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso **apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca**”*

F. Enriques 1938 *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli 1938

Storia della Matematica in classe: come?

“Illuminazioni”

l'insegnamento ordinario è talvolta «condito» da qualche informazione storica

Moduli storici

unità didattiche dedicate alla storia su temi specifici

Approccio all'insegnamento basato sulla storia della matematica:

la storia suggerisce il modo (sequenza degli argomenti, metodo, ...) per presentare un certo argomento, evidenzia errori, misconcetti, ...

Tutti e tre gli approcci possono essere utili se dosati in modo differente nei vari livelli di scuola, e presuppongono:

- **Formazione preliminare degli insegnanti**
- **Preparazione di materiali *ad hoc***
- **Laboratori in classe preparati dagli insegnanti in collaborazione con gli esperti (semplice ruolo di consulenza)**



Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

CONVEGNO NAZIONALE 10 - 11 - 12 Marzo 2011
Montevarchi - San Giovanni Valdarno - Terranuova Bracciolini - Figline Valdarno

<http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegno.php?id=14>

171 iscritti

● **13 conferenze storiche**

● **1 tavola rotonda**

L'insegnamento della storia della matematica: come, quando e perché

● **15 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore**

La matematica degli Egizi e dei Sumeri, I ponti di Königsberg, La matematica medievale, Matematica e arte, La geometria dei Greci, Il teorema di Pitagora, Sistemi di numerazione e strumenti di calcolo, I laboratori del Giardino di Archimede

● **20 laboratori per secondaria superiore**

Il teorema di Pitagora, La geometria analitica, Il calcolo infinitesimale La trigonometria, La geometria dei Greci, L'algebra e le equazioni algebriche, Le costruzioni con riga e compasso, Matematica e arte, I laboratori del Giardino di Archimede



Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

SECONDO CONVEGNO NAZIONALE

IVREA 14 - 16 Marzo 2013

Liceo scientifico A. Gramsci - Polo Formativo e di Ricerca Officina H

<http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegnostoria2/>

101
Iscritti

- **10 conferenze di ricercatori in storia e didattica della matematica:** Testi classici: Euclide, Newton, Dedekind, Peano; Storia dell'algebra; Giochi matematici; Bolle di sapone; Macchine matematiche; Storia del laboratorio di matematica; Libri di testo nel ventennio fascista
- **7 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore** nascita dei numeri, teorema di Pitagora, la Pascalina, ...
- **18 laboratori per secondaria superiore** matematica e arte, equazioni di secondo grado, sistemi di numerazione e tecniche di calcolo, calcolo probabilità, storia dell'analisi
- **1 conferenza-concerto** La scala musicale da Pitagora a Rameau



Che cosa ci proponiamo di fare

presentare alcuni argomenti di storia della matematica collegati con i temi affrontati nel programma scolastico al fine,

- illustrare su esempi opportunamente scelti, o attraverso letture mirate, **la maturazione di concetti, metodi e tecniche** in modo da mostrare la **genesi storica** delle teorie matematiche studiate, collocandole in un contesto culturale più ampio.
- **creare attività didattiche coerenti** con lo svolgimento del programma e che arricchiscono la cultura generale.
- avviare i ragazzi alla **lettura di testi matematici classici, di biografie, fumetti e romanzi in cui è presente la matematica**

Temi

- 1. Terminologia matematica dall'antichità ad oggi: intrecci culturali multidisciplinari
- 2. Sistemi di numerazione e operazioni nella matematica antica e medioevale
- 3. La geometria di Euclide, di Archimede e di Apollonio.
- 4. La storia dell'algebra: dagli Egizi ai Babilonesi e dai Greci agli Arabi
- 5. L'algebra e la matematica nel Rinascimento.
- 6. La lunga storia dei poliedri regolari e semi-regolari.
- 7. La geometria analitica: dalle curve alle equazioni.
- 8. Il 'teorema fondamentale del calcolo integrale' (secoli XVII-XIX)
- 9. Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità e alla statistica (XVII-XX sec.)
- 10. Giochi matematici nella storia: abachi, regoli, quadrati magici, geometria della carta piegata, problemi capziosi.
- 11. Numeri poligonali nel piano e nello spazio: storia e applicazioni didattiche (progressioni aritmetiche, dimostrazioni per induzione, ...)
- 12. Frazioni continue: storia e applicazioni didattiche (algoritmo di Euclide, calcolo approssimato di radici quadrate, sezione aurea e numeri di Fibonacci, ...)
- 13. L'inversione circolare: storia e applicazioni didattiche (il piano di Poincaré, ...)
- 14. A come Assioma: i fondamenti della geometria da Euclide a Hilbert
- 15. ... cominciamo da 1: i fondamenti dell'aritmetica da Euclide a Peano
- 16. 'La matematica non ha confini né razza': un percorso interdisciplinare fra matematica e storia, nella prospettiva dell'insegnamento multiculturale

Strumenti e materiali

- Presentazioni in power point con opportuna bibliografia
- Antologie di testi
- I seguenti CD_ROM

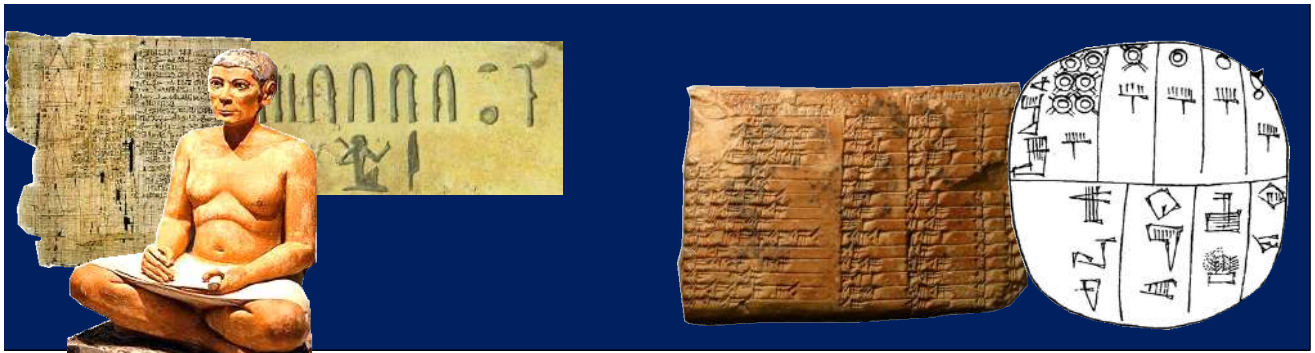
Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano, cd-rom N. 6, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008, costo: 5 Euro.

Laboratori di Storia delle matematiche per le Scuole, cd-rom N. 7, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013, costo: 5 Euro.

Lecture matematiche, cd-rom, Torino Dipartimento di Matematica G. Peano, 2010-11.

- Schede di lavoro da compilare
- Antologie di testi





Le origini dell'algebra fra aritmetica e geometria *Parte 1*

Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli

Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

Cronologia essenziale

Evoluzione simbolismo

Indice



6. Italia



2. Grecia



5. Islam



3. Cina



1. Egitto e Mesopotamia



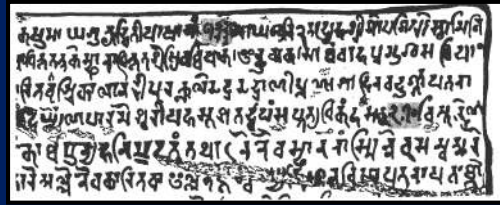
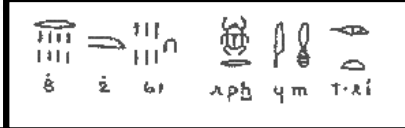
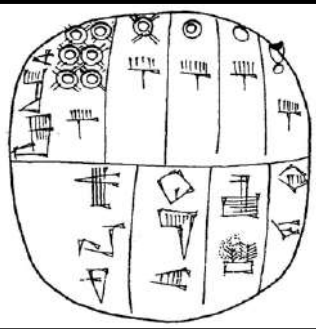
4. India

Prima parte

Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino



Storia dell'algebra



Cronologia essenziale



$$10x - 8 \propto xx + 1$$



$$B \text{ in } A \text{ aequantur } A \text{ quad.} + Z$$



$$10 \text{ res aequantur quadrato}$$

Evoluzione del simbolismo



$$10 \text{ co.} - 1 \text{ ce. p. 9}$$



$$\zeta \bar{i} // M^{\circ} \eta \iota (\sigma\sigma) \Delta' \bar{\alpha} M^{\circ} \bar{\alpha}$$



Census et denari





Le origini dell'algebra fra aritmetica e geometria Parte 2



Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli



Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

Indice



5. Arabi



6. Italia



2. Grecia



3. Cina



4. India



**1. Egitto e
Mesopotamia**

Seconda parte



Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

In Cina



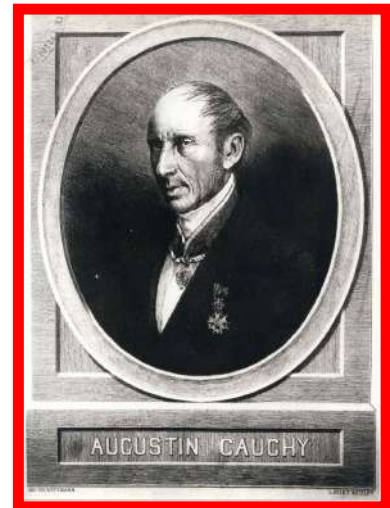
Il sistema di numerazione e il metodo del *Fangcheng*



- **Cronologia:** i momenti più significativi della storia dell'algebra e i protagonisti dai Babilonesi a Galois.
- **Evoluzione del simbolismo**
 - i **calcoli aha egizi** (metodo di semplice falsa posizione)
 - il **“calcolo algebrico” dei Babilonesi** (uso delle identità notevoli, il metodo del completamento del quadrato e quello della semisomma e semidifferenza)
 - problemi di applicazione delle aree in Grecia
 - la dimostrazione geometrica rigorosa delle identità notevoli negli **Elementi di Euclide**. Lettura guidata di alcune proposizioni.
 - **Diofanto**, il recupero della tradizione babilonese e i primi passi verso il simbolismo algebrico
 - **i matematici indiani e l'uso dei numeri negativi**
 - **i matematici cinesi e il metodo del Fangcheng** per risolvere i sistemi lineari
 - **i contributi del mondo islamico**. Al Kwarizmi (IX sec.): diffusione del sistema di numerazione indiano con lo zero, classificazione, risoluzione e discussione delle equazioni di secondo grado
 - il *Liber Abaci* (1202) di **Leonardo Pisano**: un ponte fra Oriente e Occidente

Finalità

- individuare la **transizione dai metodi aritmetici** (falsa posizione) a **quelli algebrici**,
- riflettere **sull'importanza del simbolismo**,
- evidenziare **l'importanza dell'ampliamento del campo numerico**,
- illustrare **l'uso della geometria** per introdurre i prodotti notevoli e per risolvere equazioni di secondo grado,



Il teorema fondamentale del calcolo integrale

Livia Giacardi – Chiara Pizzarelli
PLS - 2016

L'insegnamento dell'analisi matematica segue un percorso che è opposto a quello che storicamente hanno seguito i matematici: si inizia dai limiti...

Storicamente, invece, si è verificato il processo inverso: Già i Greci sapevano trovare volumi e aree di solidi non elementari con particolari metodi.

Nel Seicento Newton e Leibniz creano il calcolo infinitesimale, ma mancano i concetti di funzione, limite, derivata e integrale come li intendiamo ora.

Solo nell'Ottocento Cauchy fonda l'analisi sul concetto di limite.

Il rischio di utilizzare didatticamente un processo che è sostanzialmente inverso può creare negli studenti difficoltà e incomprensioni (Hans Freudenthal).

*«C'è un grosso problema con la formulazione [classica] del teorema fondamentale del calcolo integrale: **pochi studenti la comprendono**. L'interpretazione comune è infatti che l'integrazione sia il processo inverso della derivazione. Fin qui, tutto bene. **Il problema è che l'integrale definito è stato spiegato come limite delle sommatorie di Riemann. Per la maggior parte degli studenti, invece la definizione operativa di integrale definito è la differenza tra i valori estremi di una sua primitiva. Quando questa interpretazione si combina con la definizione comune di integrazione, il teorema cessa di avere significato.**»*

(Bressoud, 2011)

"Un primo passo consiste nell'acquisire l'idea di un principio, un secondo nel dare una forma precisa all'idea, e nel fare di essa il punto di partenza per successive ricerche» (J. Hadamard)

Problema delle tangenti

La costruzione della tangente si traduce in un'operazione sull'equazione della curva

R. Descartes (1596-1650) *Géométrie* (1637)

P. Fermat (1601-1665)

...

Problema delle quadrature

E. Torricelli, I. Barrow dimostrano teoremi cinematici e geometrici che collegano fra loro le due classi di problemi, tangenti e quadrature (germe del teorema fondamentale del calcolo integrale)



Creazione del calcolo infinitesimale

L'area sotto una curva

[integrazione = antiderivazione]

1669 [1711], *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*

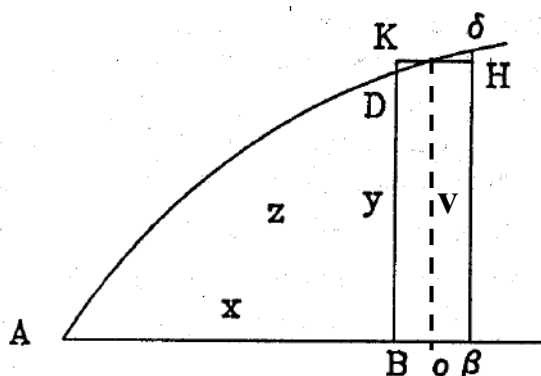
• **Regola I** - Se $y = ax^{\frac{m}{n}}$ allora sarà $Area ABD = \frac{na}{m+n} x^{\frac{m+n}{n}}$

• **Regola II** - curve dove y è uguale alla somma di un numero finito di addendi del tipo precedente

• **Regola III** - curve dove y è espressa da una serie di potenze serie



Isaac Newton
(1642-1727)



Germe del teorema fondamentale del calcolo integrale



“...prima ancora di andare a scuola ero affascinato dalla storia e dai poeti; avevo iniziato a interessarmi alla storia non appena imparai a leggere e i versi poetici mi procuravano molta gioia, ma quando incominciai a conoscere la logica, mi sentii molto compiaciuto per la ripartizione e l'ordine del pensiero che vi scopro dentro. Cominciai subito a notare che all'interno doveva esserci qualcosa di grande, per quanto sia possibile capire ad un ragazzo di 13 anni” (lettera a G. Wagner, fine 1696)

Storia, filosofia, diritto, linguistica, logica, teologia, matematica

L'integrazione dai manoscritti alle memorie del 1686, 1693

Elementa calculi novi, s. d. , anteriore al 1684

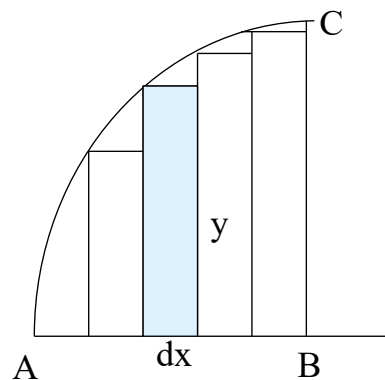
L'integrale è definito come somma di infiniti rettangoli infinitesimi.

Con tale definizione, perlopiù, non può essere calcolato direttamente perché Leibniz non possiede né il concetto di funzione né il concetto di limite.

$$\int y dx = ABC$$



Gottfried W. Leibniz (1646-1716)



Allora entra in gioco il carattere inverso dei due operatori d e \int
l'integrazione è definita come operazione inversa della differenziazione

1686 *De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum* (A. E. 1686, pp. 292-300)

- compare ufficialmente il simbolo \int
- **l'integrazione** appare definita come **operazione inversa della differenziazione**

“da quanto ho esposto a proposito del metodo delle tangenti risulta chiaro che $d \frac{1}{2} xx = xdx$; per cui al contrario si avrà $\frac{1}{2} xx = \int x dx$ (infatti per noi le somme e le differenze, o \int e d , sono operazioni inverse come potenze e radici nei calcoli comuni ”

1693 *Supplementum geometriae dimensoriae* (A. E. 1693, pp. 385-392)

Leibniz dimostra geometricamente che il calcolo dell'area sotto una curva $y = f(x)$ si riconduce alla ricerca di una curva $F = F(x)$ tale che $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$ (cioè alla ricerca di una primitiva e dunque all'inversione dell'operazione di derivazione).

Germe del teorema
fondamentale del
calcolo integrale

Augustin-Louis Cauchy
(1789 –1857)

1823, *Résumé des leçons données à l'École Polytechnique*

Cauchy pone il concetto di limite alla base del calcolo infinitesimale.

Definisce separatamente derivata (1823, p. 22) e integrale (1823, p. 122 segg)

Successivamente (1823, p. 151) Cauchy dimostra il **teorema fondamentale del calcolo integrale**

«Se $f(x)$ è finita e continua nell'intervallo $[x_0, X]$ e $F(x) = \int_{x_0}^X f(x)dx$
Allora $F'(x) = f(x)$ »

Utilizza il teorema del valor medio e l'additività degli integrali definiti.



Esame comparativo di testi analisi

GUIDO ASCOLI
LEZIONI ELEMENTARI DI ANALISI MATEMATICA
ad uso dei Licei Scientifici



“Ho parlato di integrale prima che di derivata; il primo concetto è più semplice e indipendente dell’altro. Per introdurre il concetto di integrale ho preso le mosse dal calcolo delle aree, a cui ho dato base rigorosa.” [Capitoli VII, VIII]



Numeri figurati nella storia fra aritmetica e geometria

Livia Giacardi
PLS 2016



L'algoritmo di **Euclide** per la ricerca del massimo comun divisore

	2	1	3	1	4
67	24	19	5	4	1
48					
r 19	r 5	r 4	r 1	r 0	

$$\frac{67}{24} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}$$

Il metodo del polverizzatore nella **matematica indiana**
Bombelli e Cataldi nel '500

Huygens e i denti delle ruote del planetario

Euler e Lagrange: frazioni continue e equazioni indeterminate

Klein e la rappresentazione geometrica delle frazioni continue
Frazioni continue e...

Pi greco

La sezione aurea

L'infinità dei numeri primi

Un 'gioco' didattico con le frazioni continue



Sistemi di numerazione e tecniche di calcolo nell'antichità

Sistemi di numerazione e tecniche di calcolo nel mondo antico



Sistema di numerazione e tecniche di calcolo nell'antico Egitto

Scrivi in notazione binaria i seguenti esagrammi di Fu-hi e converti in base 10

111111	$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
101011	$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
	$32 + 8 + 4 + 1 = 45$
111111	$1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
111111	$1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
	$32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$

I numeri nei bassorilievi



2500 a. C.

Numeri e tecniche di calcolo nella Terra fra i due fiumi



L'origine dei segni numerici e le "bullae" di argilla con gettoni



Le bullae molto probabilmente servivano nelle transazioni commerciali. I gettoni contenuti descrivevano la merce inviata. Rompendo la bulla l'acquirente poteva verificare se la merce corrispondeva. Successivamente si iniziò ad imprimere sulla superficie della bulla i vari gettoni.

Passaggio dai gettoni ai simboli numerici

Bulla con gettoni, Susa, ca 3300 a.C., Louvre

4 mucche
70 suoviti

Bassa Mesopotamia, 3100 a. C.

All'origine del concetto di numero

- dalla pratica dell'intaglio al concetto di base
- basi utilizzate e loro origine (2, 5, 10, 20, 60, ...)
- sistemi di numerazione additivi e sistemi posizionali
- la scoperta dello zero in India e sua importanza
- il sistema binario di Fohi
- il sistema vigesimale dei Maia
- l'uso dell'abaco e il sistema di posizione, scrittura di un numero in base qualunque con l'uso dell'abaco

I sistemi di numerazione egizio e babilonese

- il sistema decimale additivo egizio, addizione, moltiplicazione e divisione, le frazioni a numeratore 1
- il sistema di numerazione babilonese sessagesimale posizionale la mancanza dello zero e inconvenienti che ne derivano
- calcolo degli inversi
- numeri che non ammettono inverso

Finalità

- presentare **diversi sistemi di numerazione** del mondo antico e le varie tecniche di calcolo,
- evidenziare **i caratteri e i vantaggi dei sistemi posizionali rispetto a quelli additivi,**
- riflettere sul **concetto di base** di un sistema di numerazione, sull'importanza e sul **ruolo dello zero**
- stimolare gli studenti a guardare alle civiltà del passato anche sotto l'aspetto del sapere scientifico.

Dalle dimostrazioni “visive” a quelle deduttive: da Talete a Euclide e oltre

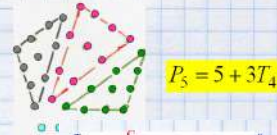
La nascita della matematica come scienza dimostrativa

Livio Cacciari - Libro C

Consideriamo il numero triangolare T_4 , la tetractys, $1+2+3+4 = 10$



Trovare la formula che esprime l'n-esimo numero pentagonale osservando la figura



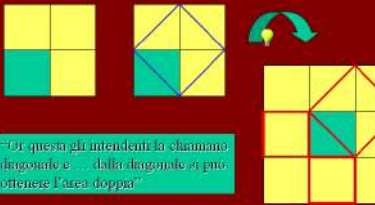
$$P_n = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + n + 3 \frac{(n-1)n}{2} = \frac{2n^2 - n}{2}$$

Occorre dimostrare che ABCD è un quadrato

Hp) I triangoli “rossi” sono rettangoli e uguali fra loro
RSTU è un quadrato con lato = alla somma dei cateti del triangolo “rosso”
TH) ABCD è un quadrato.

Platone, *Menone*

Problema: costruire un quadrato di area doppia di quello assegnato



“Or questa gli intendenti la chiamano diagonale e ... dalla diagonale si può ottenere l'area doppia”

Euclide (300 a.C.)

Alessandria

Gli *Elementi* sono la sua opera fondamentale

Due criteri: uno extralogico dell'evidenza, uno puramente logico della dimostrazione

A partire da alcune proprietà primitive la cui intelligibilità è garantita dall'evidenza, si ricavano deduttivamente tutte le proposizioni

metodo assiomatico deduttivo

Gli *Elementi di Euclide*. Classici della scienza. Utet, Torino

1 postulati individuano un sistema di proprietà primitive “evidenti di per sé” e di operazioni possibili partendo dalle quali il geometra possa con il solo ragionamento logico ricavare tutto l'edificio della geometria.

Postulati (*aitēmata*)

- I. Si può tracciare una retta da un punto qualsiasi a un punto qualsiasi
- II. Si può prolungare indefinitamente una retta finita
- III. Si può descrivere un cerchio con un centro qualsiasi e un raggio qualsiasi



Traducano in termini geometrici le operazioni pratiche degli arpedonapti egizi:

- tendere una corda tra due punti
- tracciare un cerchio usando una corda fissata ad un paletto infisso nel terreno

Euclide parla di cerchi e di rette e ciò equivale a dire che i soli strumenti ammessi sono la riga e il compasso

- Le “ricette” di calcolo presso gli Egizi e i Babilonesi. **Pensiero operativo-concreto.**

- **Talete** (VII-VI sec. a. C.) e le prime “dimostrazioni” di affermazioni di carattere generale (lettura di frammenti su Talete)

- i **Pitagorici** (VI sec. a. C.) e l'**aritmo geometria**

- il **teorema di Pitagora**: una “dimostrazione visiva”

- generalizzazione del teorema di Pitagora

- gli annodatori di corde egizi e l'inverso del teorema di Pitagora

- i Pitagorici e la **scoperta delle grandezze incommensurabili** [dimostrazione per assurdo basata sul pari e sul dispari]

- la dimostrazione in senso euclideo: **Euclide e gli Elementi**

- **dimostrazioni notevoli o curiose nella storia**

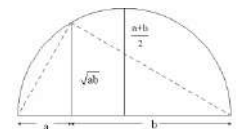
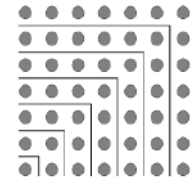
- dimostrazioni dirette, dimostrazioni per assurdo, dimostrazioni per induzione, dimostrazioni con artifici ...



Finalità



- riflettere su **che cosa significa dimostrare**, sul rapporto fra evidenza visiva e dimostrazione, sui **vari tipi di dimostrazione**;
- evidenziare ostacoli di tipo cognitivo che potrebbero derivare dall'uso delle dimostrazioni «visive».
- riflettere su **che cosa significa risolvere un problema, importanza degli strumenti scelti**;
- stimolare alla **scoperta**
- inquadrare lo studio della matematica in un più **ampio contesto culturale**





Modulo PLS Storia Storia delle matematiche 2018

Referente: Erika Luciano

Livia Giacardi, Silvia Roero, Chiara Pizzarelli, Maria Anna Raspanti



 Piano Lauree Scientifiche
In collaborazione con MIUR, con Scienze, Confindustria

Indicazioni Nazionali per i Licei

«Si evidenzia l'importanza di **connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche** che le hanno originate e di approfondirne il significato.

Lo studente saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale attraverso una visione storico critica anche in relazione al **contesto filosofico, scientifico e tecnologico**.

Lo studente dovrà acquisire il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la **matematica nel pensiero greco**, la **matematica infinitesimale** che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal **razionalismo illuministico** e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un **nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi** (tecnologia, scienze sociali, economiche e biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica».

Storia della Matematica in classe: perché?

- la storia della matematica rende l'insegnamento della matematica **più piacevole e stimolante**
- la storia della matematica conferisce alla disciplina la sua **dimensione culturale e interculturale** [Djebbar 2013]
- la storia della matematica fa comprendere **che la matematica è una disciplina viva**
- la storia della matematica favorisce la **riflessione sia sugli oggetti matematici e sulla loro evoluzione, sia sul modo di introdurli in classe** [Radford 1997; Furinghetti - Radford 2008; ...]

*Il modo in cui un'antica idea è stata forgiata può aiutarci a ritrovare quegli antichi significati che, con un'opportuna opera di **adattamento didattico**, possono probabilmente essere ridisegnati e resi compatibili con i moderni programmi scolastici [Radford 1997]*

“La formazione di docenti di matematiche, che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca”

F. Enriques 1938 *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli 1938

Storia della Matematica in classe: come?

"Illuminazioni"

L'insegnamento ordinario è talvolta «condito» da qualche informazione storica

Moduli storici

unità didattiche dedicate alla storia su temi specifici

Approccio all'insegnamento basato sulla storia della matematica:

la storia suggerisce il modo (sequenza degli argomenti, metodo, ...) per presentare un certo argomento, evidenzia errori, misconcetti, ...

Tutti e tre gli approcci possono essere utili se dosati in modo differente nei vari livelli di scuola, e presuppongono:

- **Formazione preliminare degli insegnanti**
- **Preparazione di materiali *ad hoc***
- **Laboratori in classe preparati dagli insegnanti in collaborazione con gli esperti** (semplice ruolo di consulenza)



Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

CONVEGNO NAZIONALE 10 - 11 - 12 Marzo 2011
Montevarchi - San Giovanni Valdarno - Terranuova Bracciolini - Figline Valdarno

<http://php.math.unifi.it/convegnoistoria/convegno.php?id=14>

- **13 conferenze storiche**
- **1 tavola rotonda**

171 iscritti

L'insegnamento della storia della matematica: come, quando e perché

- **15 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore**

La matematica degli Egizi e dei Sumeri, I ponti di Königsberg, La matematica medievale, Matematica e arte, La geometria dei Greci, Il teorema di Pitagora, Sistemi di numerazione e strumenti di calcolo, I laboratori del Giardino di Archimede

- **20 laboratori per secondaria superiore**

Il teorema di Pitagora, La geometria analitica, Il calcolo infinitesimale La trigonometria, La geometria dei Greci, L'algebra e le equazioni algebriche, Le costruzioni con riga e compasso, Matematica e arte, I laboratori del Giardino di Archimede



Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

SECONDO CONVEGNO NAZIONALE
IVREA 14 - 16 Marzo 2013

Liceo scientifico A. Gramsci - Polo Formativo e di Ricerca Officina H

<http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegnostoria2/>

101
Iscritti

- **10 conferenze di ricercatori in storia e didattica della matematica:** Testi classici: Euclide, Newton, Dedekind, Peano; Storia dell' algebra; Giochi matematici; Bolle di sapone; Macchine matematiche; Storia del laboratorio di matematica; Libri di testo nel ventennio fascista
- **7 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore** nascita dei numeri, teorema di Pitagora, la Pascalina, ...
- **18 laboratori per secondaria superiore** matematica e arte, equazioni di secondo grado, sistemi di numerazione e tecniche di calcolo, calcolo probabilità, storia dell' analisi
- **1 conferenza-concerto** La scala musicale da Pitagora a Rameau



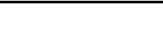
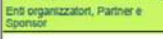
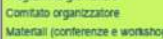
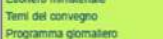
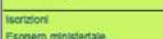
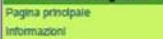
Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

TERZO CONVEGNO NAZIONALE

L'AQUILA 15 - 17 ottobre 2015

Dipartimento di Matematica Università dell'Aquila



Il convegno è il terzo di una serie a cadenza biennale. I primi due essendosi svolti in Vaidano (Montelivardi, Figline, San Giovanni, Terranuova Bracciolini) nel marzo 2011, e a Ivrea nel marzo 2013, con la partecipazione di più di 150 insegnanti.

Nel 2015 il convegno è organizzato congiuntamente dal Dipartimento di Matematica dell'Università dell'Aquila, dalla Società Italiana di Storia delle Matematiche e dal Giardino di Archimede, dal Progetto lauree Scientifiche, con il contributo di Unione Matematica e Università degli Studi dell'Aquila. Si tiene all'Aquila dal 15 al 17 ottobre.

La struttura scientifica perfeziona quella degli incontri precedenti: la mattina ci saranno tre miniconferenze su temi che fanno parte dei programmi scolastici, mentre il pomeriggio sarà dedicato a dei workshop in cui verranno esposte e discusse esperienze di introduzione della storia nell'insegnamento della matematica. In questo modo il convegno si propone di esplorare differenti proposte e metodologie e di dare alcuni suggerimenti per un uso non episodico della storia della matematica e un suo inserimento organico nel curriculum tradizionale. Tutto ciò nello spirito delle Indicazioni Ministeriali del marzo 2010, che evidenziano l'importanza di connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche che le hanno originate e di approfondirne il significato, e aggiungono che con l'introduzione della storia della matematica nell'insegnamento, lo studente dovrà acquisire una consapevolezza critica dei rapporti tra lo sviluppo del pensiero matematico e il contesto storico, filosofico, scientifico e tecnologico. In particolare, dovrà acquisire il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la matematica nel pensiero greco, la matematica infinitesimale che nasce con la rivoluzione scientifica del seicento.

I miniconferenti del convegno saranno i seguenti:

Luca Dell'Aglio (Università della Calabria): Nascita e primi sviluppi del calcolo delle probabilità.

Paolo Freguglia (Università dell'Aquila): La geometria cartesiana.

Enrico Giusti (Il Giardino di Archimede): Numerazione e metodi di calcolo dall'Antichità al Medioevo.

Su quest'ultimo argomento è previsto un laboratorio a cura del Giardino di Archimede.

Il convegno è rivolto agli insegnanti di ogni ordine e grado, con particolare attenzione alle Scuole Superiori.

Come negli altri convegni, il Comitato organizzatore ha proposto, subordinatamente al reperimento di fondi, di concedere un contributo agli insegnanti che svolgano attività sperimentali in classe e che presentino una relazione.



Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

**La storia della matematica in classe:
dalle materne alle superiori**

19, 20 e 21 ottobre 2017
CENTRO CONGRESSI LA FORTEZZA
Via del Montefeltro - Sansepolcro



Menu di navigazione

- pagina principale
- informazioni
 - Sede del Convegno
 - Albiangh
- temi del convegno
- programma generale
- iscrizioni

Dopo quelli del Valcamino, di Ivrea e dell'Acquila, il Quarto Convegno Nazionale di Storia della matematica per gli insegnanti si terrà a Sansepolcro (AR) dal 19 al 21 ottobre 2017 nell'ambito del progetto "Pascal 2017". Le tre mattine saranno dedicate a tre "incontri" di tre ore ciascuno e a una sessione di lavoro (vedi temi del convegno per un breve sunto), mentre i pomeriggi del 19 e 20 ottobre saranno riservati alle comunicazioni dei partecipanti, relative alle loro esperienze di introduzione di elementi di storia della matematica nell'insegnamento.

I tre corsi mattutini ruoteranno intorno al tema della nascita della matematica moderna:

Pier Damiano Napolitano: *Algebra e Umanesimo. La nascita del linguaggio della matematica moderna.*

Enrico Giusti: *Dalla geometria classica alla matematica moderna (1585-1637)*

Massimo Galluzzi: *Isaac Newton e la nascita del calcolo infinitesimale.*

Elisabetta Lilliv: *Aspetti dell'opera algebrica di François Viète: una proposta didattica.*

Il convegno è rivolto agli insegnanti di ogni ordine e grado, con particolare attenzione alle Scuole Superiori.

Che cosa ci proponiamo di fare

presentare alcuni argomenti di storia della matematica collegati con i temi affrontati nel programma scolastico al fine,

- illustrare su esempi opportunamente scelti, o attraverso letture mirate, **la maturazione di concetti, metodi e tecniche** in modo da mostrare la **genesi storica** delle teorie matematiche studiate, collocandole in un contesto culturale più ampio.
- **creare attività didattiche coerenti** con lo svolgimento del programma e che arricchiscono la cultura generale.
- avviare i ragazzi alla **lettura di testi matematici classici, di biografie, fumetti e romanzi in cui è presente la matematica**

Temi

1. Terminologia matematica dall'antichità ad oggi: intrecci culturali multidisciplinari
2. Sistemi di numerazione e operazioni nella matematica antica e medioevale
3. Dalle «dimostrazioni visive» a quelle deduttive
4. La storia dell'algebra: dagli Egizi ai Babilonesi e dai Greci agli Arabi
5. L'algebra e la matematica nel Rinascimento
6. La lunga storia dei poliedri regolari e semi-regolari.
7. La geometria analitica: dalle curve alle equazioni.
8. Leibniz, Newton e il calcolo infinitesimale
9. Il 'teorema fondamentale del calcolo integrale' (secoli XVII-XIX)
10. Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità e alla statistica (XVII-XX sec.)
11. Peano e i Giochi matematici nella storia: abachi, regoli, quadrati magici, geometria della carta piegata, problemi capziosi.
12. Calendario e Matematica: Peano e il calcolo della data di Pasqua
13. Numeri figurati nella storia: fra aritmetica e geometria. Storia e applicazioni didattiche (progressioni aritmetiche, dimostrazioni per induzione, ...)
14. Frazioni continue: storia e applicazioni didattiche (algoritmo di Euclide, calcolo approssimato di radici quadrate, sezione aurea e numeri di Fibonacci, ...)
15. A come Assioma: i fondamenti della geometria da Euclide a Hilbert
16. ... cominciamo da 1: i fondamenti dell'aritmetica da Euclide a Peano
17. 'La matematica non ha confini né razza': un percorso interdisciplinare fra matematica e storia, nella prospettiva dell'insegnamento multiculturale

Strumenti e materiali

- Presentazioni in power point con opportuna bibliografia
- Antologie di testi
- I seguenti CD_ROM

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano, cd-rom N.

6, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008, costo: 5 Euro.

Laboratori di Storia delle matematiche per le Scuole, cd-rom N. 7,

Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013, costo: 5 Euro.

La storia delle matematiche nell'insegnamento, cd-rom, Torino

Dipartimento di Matematica G. Peano, DVD N.8 2016: costo: 5 Euro.

- Schede di lavoro da compilare
- Antologie di testi



Come usare la Storia per la didattica Sitografia

Materiali per la scuola de Il Giardino di Archimede:

http://web.math.unifi.it/archimede/note_storia.html

Collana Convergenze UMI-CIIM:

<http://www.umi-ciim.it/attivita-della-ciim/progetti-editorial/collana-convergenze/>

Nuove Convergenze UMI-CIIM:

<http://www.umi-ciim.it/attivita-della-ciim/progetti-editorial/collana-nuove-convergenze/>

Volumi UMI-CIIM, Matematica 2001, 2003, 2004:

<http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/>

<http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/>

KATZ (ed), *Historical Modules for the Teaching and Learning of Mathematics*, The Mathematical Association of America, CD-ROM, 2004

La logica e la teoria ingenua degli insiemi

Erika Luciano

... un generale bisogno formativo dei docenti; difficoltà nella trasposizione didattica di una materia priva di una tradizione di insegnamento; la carenza di indicazioni ministeriali che aiutino nel lavoro di trasposizione didattica; lo scarso aiuto offerto dai libri di testo.

[C. Bonotto, F. Ferronato, 2003]

➤ Un **approccio storico** può fornire utili suggerimenti per introdurre in modo innovativo la logica, i primi elementi di teoria degli insiemi e i fondamenti dell'aritmetica e della geometria



- due assiomi di **teoria degli insiemi** da utilizzare intuitivamente: isolamento ed estensionalità
- cenni di **logica matematica**: passaggio dal linguaggio naturale a quello formale; regole della deduzione naturale; analisi di alcune forme di dimostrazione e soprattutto del principio di induzione
- aritmetica** (o **geometria**) **razionale**: sviluppo di alcune proprietà attraverso il metodo assiomatico o ipotetico-deduttivo

Attività proposte

- **Lezione introduttiva**, dedicata alle problematiche logico-fondazionali, e alle questioni metodologiche sollevate dal loro insegnamento
- **lettura e commento di pagine di testi originali** di G. Peano, D. Hilbert, R. Dedekind, di classici del pensiero matematico, di racconti e fumetti di contenuto logico-fondazionale
- realizzazione, in collaborazione con il docente, di **attività didattiche da sperimentare in aula** in cui, a partire da problemi o esempi tratti dalla storia, si guidi la scolaresca alla riflessione critica e all'apprendimento di determinati contenuti e metodi logico-fondazionali

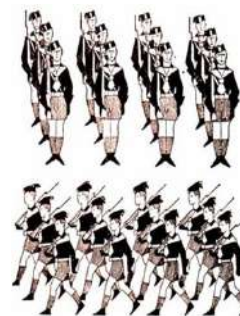
‘La matematica non ha confini né razza’: un percorso interdisciplinare fra matematica e storia

Erika Luciano

- **gli aspetti più velocemente modificati sono i testi dei problemi di aritmetica**, i cui soggetti passano da semplici bambini a balilla in divisa, e i **disegni geometrici**, che si orientano su motivi come fasci di combattimento o armi
- **uso strumentale della storia e della storia della matematica**

In una scuola elementare vi sono 112 Balilla, 98 Piccole Italiane, 82 Avanguardisti e 49 Giovani Italiane. Quanti sono gli scolari della scuola iscritti all'O.N.B.? [M. Mascalchi 1937, p. 257]

Romolo fonda Roma 753 anni avanti Cristo; la Marcia su Roma è avvenuta nel 1922 dopo Cristo. A quanti anni di distanza si sono verificati i due fatti? [M. Mascalchi 1937, p. 6]



➤ **uno strano miscuglio pedagogico:**
 l'impostazione dominante continua a porre al centro il fanciullo, la cui attività deve essere orientata al **libero espletarsi delle facoltà cognitive**. La promozione delle facoltà di **intuizione, scoperta, creatività** è però in **aperto contrasto** con gli appelli all'**educazione all'obbedienza, al rispetto dell'autorità, alla sottomissione al maestro e allo Stato**

4 comunisti perché hanno poca voglia di lavorare guadagnano al giorno £ 8 e 4 fascisti guadagnano £ 15 al giorno. Chi guadagna di più?

*Aprilia e Guidonia furono unite con una bella strada. Il giorno della loro inaugurazione ci passarono 75 automobili. Se ognuna di loro gettò 12 bigliettini con scritto "W IL DUCE", quanti bigliettini furono gettati? [Diario scolastico manoscritto di **Eva Ceccarelli**, 1936-37, p. III]*





Le origini dell'algebra fra aritmetica e geometria

Parte 1

Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli



Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

Cronologia essenziale **Evoluzione simbolismo**

Indice

6. Italia

2. Grecia

5. Islam

3. Cina

1. Egitto e Mesopotamia

4. India

Prima parte

Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

Storia dell'algebra

Cronologia essenziale

HIERONIMUS CARDANUS

L'ALGEBRA OPERA

EN BOLDINGHA

$10x - 8 \propto xx + 1$

$B \text{ in } A \text{ aequantur } A \text{ quad.} + Z$

$10 \text{ res aequantur quadrat}$

$10 \text{ co.} - 1 \text{ ce.p.}9$

$\varsigma \bar{\iota} // M^\circ \eta \iota (\sigma\sigma) \Delta^\nu \bar{\alpha} M^\circ \bar{\alpha}$

Census et denari

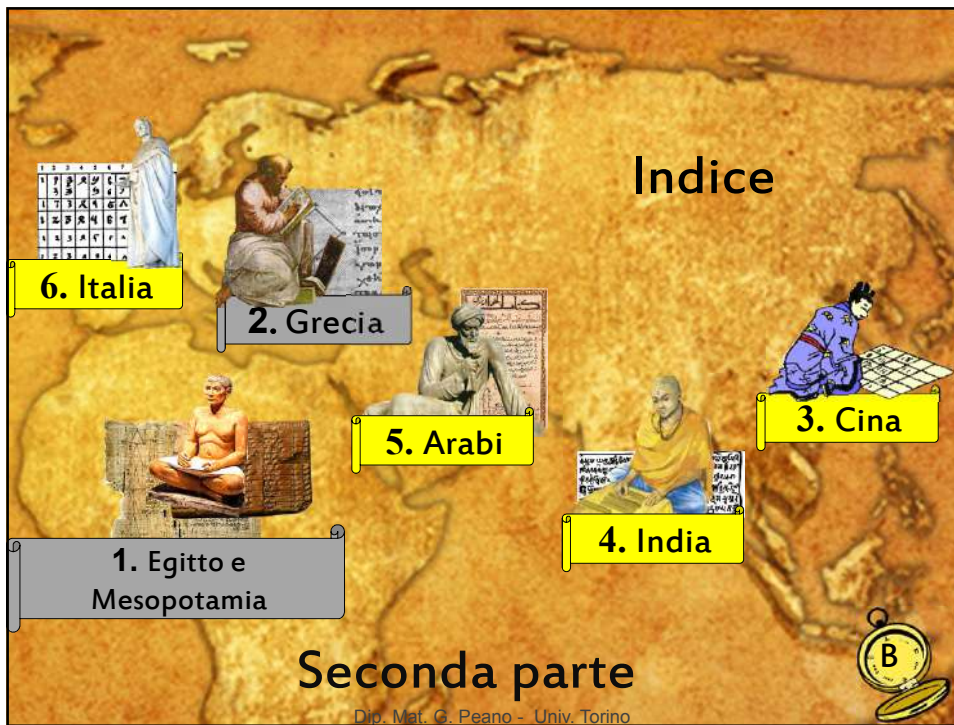
祖冲

Le origini dell'algebra fra aritmetica e geometria
Parte 2

Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli

1	2	3	4	0
1	7	3	8	
1	7	3	8	
1	7	3	8	
1	2	3	8	
1	2	3	8	

Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino



■ Identità notevoli con GeoGebra

Elementi, Libro II
dimostrazione geometrica rigorosa delle
identità usate dai Babilonesi

Prop. II.4
"Se si divide a caso una linea retta,
il quadrato di tutta la retta è uguale [in
grandezza] alla somma dei quadrati delle parti
e del doppio del rettangolo compreso
dalle parti". [p. 163]

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$\hat{C}GB = \hat{ADB}$ (corrispondenti) = $\hat{ABD} = \hat{GBC}$
dunque $\hat{CGB} = \hat{GBC} \rightarrow BC = CG$
ma $BC = GK$ e $CG = BK \rightarrow GK = BK$
per cui il parallelogramma $CBKG$ ha tutti i
lati uguali. Dico che gli angoli sono retti.

Proposizione II.4
Se si divide a caso una linea retta,
il quadrato di tutta la retta è uguale alla somma dei quadrati delle parti
e del doppio del rettangolo compreso dalle parti.

Area $ABED = (a + b)^2 = 40.78$

Area $ADGH = ab = 8.19$

Area $CBKG = b^2 = 3.32$

Area $HGFE = a^2 = 21.34$

Area $GHEF = ab = 8.19$

Area **SOMMA** = $a^2 + b^2 + 2ab = 40.78$

Muovi i punti A o C e osserva come la somma
area si mantenga sempre uguale all'area del
più grande ABED.

Quale identità è dimostrata nella seguente
proposizione degli *Elementi* di Euclide? Es. 7

Prop. II.8
"Se si divide a caso una linea retta, il quadruplo del rettangolo
compreso da tutta la retta e da una delle parti, insieme col quadrato
della parte rimanente, è uguale [in grandezza] al quadrato descritto,
come su una sola linea retta, sulla somma di tutta la retta iniziale e
della detta parte" [p. 175]

$4ab \rightarrow (a-b)^2 + (a+b)^2$
oppure
 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

$AB = a$
 $CB = b$

Proposizione II.8
Se si divide a caso una linea retta,
il quadruplo del rettangolo compreso da tutta la retta
e da una delle parti, insieme col quadrato della parte rimanente,
è uguale al quadrato descritto, come su una sola linea retta,
sulla somma di tutta la retta iniziale e della detta parte.

Muovere il pulsante Anima e osservare come
l'assortito risulti verificato.

In Cina



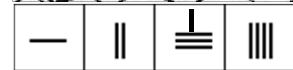
Il sistema di numerazione e il metodo del *Fangcheng* Chiara Pizzarelli

- **Sistema di numerazione cinese:** decimale posizionale

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90



60390



- **Fangcheng:** metodo di risoluzione di sistemi di equazioni lineari, risalente al I a.C.-I d.C. (eliminazione gaussiana 1826)

		iiii
	iiii	
iiii		
-	- π	≡ π

(I)	3x + 2y + z = 39				
(II)	2x + 3y + z = 34				
(III)	x + 2y + 3z = 26				
		(III)	(II)	(I)	
		1	2	3	
		2	3	2	
		3	1	1	
		26	34	39	
					3
					2
					1
					1
					11
					24
					39
					4
					4
					11
					17
					37

La formula segreta

Tartaglia e Cardano: il duello matematico



Livia Giacardi
PLS 2016-2017



- Lo scenario:
Umanesimo e
Rinascimento
- Le scuole d'abaco
- I protagonisti:
Tartaglia e Cardano
- La disfida
matematica: lettura
dei testi
- Cardano e Bombelli
e il caso irriducibile
- Commenti
- Come continua la
storia



Indicazioni bibliografiche e sitografiche essenziali

Su **Girolamo Cardano** si veda:

il sito *Girolamo Cardano. Strumenti per la storia del Rinascimento in Italia settentrionale* : <http://www.cardano.unimi.it>
dove è pubblicata l'intera *Opera omnia* del 1663 in 10 volumi
<http://www.cardano.unimi.it/testi/opera.html>

Le opere di **Tartaglia** e **Bombelli** si possono trovare nel sito di *Mathematica Italiana* della Scuola Normale Superiore di Pisa
<http://mathematica.sns.it/opere/monografie.html>

Ferrari, L. , Tartaglia, N. , *Cartelli di sfida matematica*, facsimile a cura di A. Masotti, in *Supplementi e commentari dell'Ateneo di Brescia*, Brescia, 1974.

Balduzzi S. (a cura di), *Cardano, Girolamo (1576-1663). Il libro della mia vita*, Milano, Luni, 2014.

Franci L., Toti Rigatelli L., *Storia della teoria delle equazioni algebriche*, Milano, Mursia, 1979

Maracchia S., *Storia dell'algebra*, Napoli, Liguori, 2005

- **Cronologia**: i momenti più significativi della storia dell'algebra e i protagonisti dai Babilonesi a Galois.
- **Evoluzione del simbolismo**
- I **calcoli aha egizi** (metodo di semplice falsa posizione)
- Il "**calcolo algebrico**" dei **Babilonesi** (uso delle identità notevoli, il metodo del completamento del quadrato e quello della semisomma e semidifferenza)
- Problemi di applicazione delle aree in Grecia
- La dimostrazione geometrica rigorosa delle identità notevoli negli **Elementi di Euclide**. Lettura guidata di alcune proposizioni.
- **Diofanto**, il recupero della tradizione babilonese e i primi passi verso il simbolismo algebrico
- **I matematici indiani e l'uso dei numeri negativi**
- **I matematici cinesi e il metodo del Fangcheng** per risolvere i sistemi lineari
- **I contributi del mondo islamico**. Al Kwarizmi (IX sec.): diffusione del sistema di numerazione indiano con lo zero, classificazione, risoluzione e discussione delle equazioni di secondo grado
- Il *Liber Abaci* (1202) di **Leonardo Pisano**: un ponte fra Oriente e Occidente

Finalità

- individuare la **transizione dai metodi aritmetici** (falsa posizione) a **quelli algebrici**
- riflettere sull'**importanza del simbolismo**
- evidenziare l'**importanza dell'ampliamento del campo numerico**
- illustrare l'**uso della geometria** per introdurre i prodotti notevoli e per risolvere equazioni di secondo grado



Le origini della Geometria

Apollonio di Perga (circa 262-190 a. C.)

La sua vita trascorse fra Alessandria, dove ricevette la sua educazione scientifica, e Pergamo dove c'erano importanti centri di studi superiori e ricche biblioteche.

Le sue doti di matematico erano così notevoli che era chiamato "il grande geometra".

Le origini della geometria analitica

Uso dell'applicazione delle aree per "risolvere" un'equazione quadratica pura

Trovare un quadrato la cui area sia uguale a quella di un rettangolo ABCD

Si prolunghi AB di un segno si prenda il punto medio F di il cerchio da centro F e raggio Sia O il punto di intersezione prolungamento del lato BE di dati con la circonferenza, alla segmento cercato.

Infatti il triangolo AGE è rettangolo perché inscritto semicerchio e per il II teo

La creazione della geometria analitica

La creazione della geometria analitica

L'equazione trinomiale del I tipo $x^2 + bx + c = 0$

C'è un modo più bello (non uguale a un numero) viene scritta come $x^2 + px + q = 0$ con $b = p^2$ e $c = q^2$ per il principio di omogeneità dimensionale.

La risoluzione si ottiene per la invenzione della completazione a $x^2 + px + q = 0$ della parabola $y = x^2 + px$.

L'ascissa OS del punto P di intersezione delle curve rappresentate in figura è la radice cercata.

Al-Khwarizmi non scrive le equazioni, ma usa le proporzioni

La creazione della geometria analitica

La creazione della geometria analitica

$y = x^2 + px + q$ con il metodo di

$10x^2 + 10x^2 + 10x + 10 = 0$

Polinomio è equazione da cui ricavo:

$y = \frac{-1}{2}$

Trovare la somma: una curva $y = -1/x$ in P(2; 1/2) con il metodo di Descartes e con il nostro

$y = \frac{1}{x}$

$(x-2)^2 + \frac{1}{x^2} = x^2$

$c = \frac{15}{8}$

Livia Giacardi

- Breve storia della geometria analitica con attenzione ai momenti più significativi per lo sviluppo dei metodi e dei concetti che ad essa competono:

- introduzione di un **sistema di riferimento e uso delle coordinate**,
 - elaborazione del **simbolismo**,
 - emergenza del **legame curva-equazione**, ecc.),
 - attenzione ai **collegamenti** con l'evoluzione storica di altri settori della matematica quali l'algebra e l'analisi infinitesimale
- **Apollonio**, le *Coniche* e l'uso delle coordinate
- **O. Al Khayyam** e l'uso delle coniche per risolvere le equazioni cubiche
- **N. Oresme** e lo studio del moto attraverso i diagrammi
- **R. Descartes**, la *Géométrie* e la creazione della geometria analitica
- **P. Fermat** e un altro approccio alla geometria analitica
- Il costituirsi della **moderna geometria analitica**



Il teorema fondamentale del calcolo integrale

Livia Giacardi – Chiara Pizzarelli
PLS - 2016

L'insegnamento dell'analisi matematica segue un percorso che è opposto a quello che storicamente hanno seguito i matematici: si inizia dai limiti...

Storicamente, invece, si è verificato il processo inverso:

Già i Greci sapevano trovare volumi e aree di solidi non elementari con particolari metodi.

Nel Seicento Newton e Leibniz creano il calcolo infinitesimale, ma mancano i concetti di funzione, limite, derivata e integrale come li intendiamo ora.

Solo nell'Ottocento Cauchy fonda l'analisi sul concetto di limite.

Il rischio di utilizzare didatticamente un processo che è sostanzialmente inverso può creare negli studenti difficoltà e incomprensioni (Hans Freudenthal).

*«C'è un grosso problema con la formulazione [classica] del teorema fondamentale del calcolo integrale: **pochi studenti la comprendono**. L'interpretazione comune è infatti che l'integrazione sia il processo inverso della derivazione. Fin qui, tutto bene. **Il problema è che l'integrale definito è stato spiegato come limite delle sommatorie di Riemann. Per la maggior parte degli studenti, invece la definizione operativa di integrale definito è la differenza tra i valori estremi di una sua primitiva. Quando questa interpretazione si combina con la definizione comune di integrazione, il teorema cessa di avere significato.**»*

(Bressoud, 2011)

BRESSOUD, D. M. "Historical reflections on teaching the fundamental theorem of integral calculus," American Mathematical Monthly 118 (2011)

Esame comparativo di testi analisi

GUIDO ASCOLI
LEZIONI ELEMENTARI DI ANALISI MATEMATICA
ad uso dei Licei Scientifici

“Ho parlato di integrale prima che di derivata; il primo concetto è più semplice e indipendente dell’altro. Per introdurre il concetto di integrale ho preso le mosse dal calcolo delle aree, a cui ho dato base rigorosa.” [Capitoli VII, VIII]

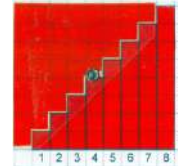
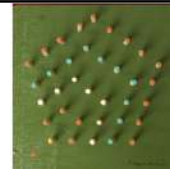


Numeri figurati nella storia fra aritmetica e geometria

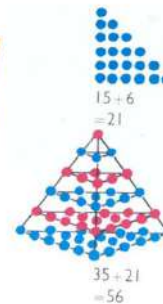
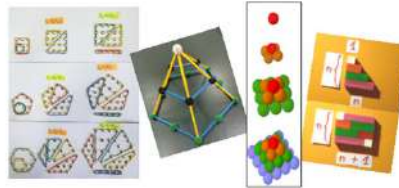
Livia Giacardi
PLS 2016

A collage of images related to the history of mathematics. It includes a bust of a man (likely a philosopher or mathematician), a painting of a group of people (possibly a scene from a play or a historical event), and portraits of mathematicians like Leibniz and Fermat. The background is dark blue with a pattern of orange circles.

I **Pitagorici**: numeri figurati, progressioni aritmetiche, semplici risultati di teoria dei numeri
 Somma dei primi n numeri naturali: varie dimostrazioni (Vailati Enriques, ...)
Diofanto e il *Libro dei numeri poligonal*
Descartes: numeri poligonal e poliedrali
Pascal e l'uso del triangolo aritmetico
Leibniz e la somma dei reciproci dei numeri triangolari
Euler Numeri poligonal e equazioni indeterminate



Un'attività didattica



I numeri figurati nei libri di testo

Frazioni continue Spunti didattici dalla storia

Di 12. farà $\frac{1}{2}$ eccedente ancor più propinqua $4 \frac{1}{2}$, $8 \frac{1}{2}$, $16 \frac{1}{2}$, $32 \frac{1}{2}$, $64 \frac{1}{2}$, $128 \frac{1}{2}$, $256 \frac{1}{2}$, $512 \frac{1}{2}$, $1024 \frac{1}{2}$, $2048 \frac{1}{2}$, $4096 \frac{1}{2}$, $8192 \frac{1}{2}$, $16384 \frac{1}{2}$, $32768 \frac{1}{2}$, $65536 \frac{1}{2}$, $131072 \frac{1}{2}$, $262144 \frac{1}{2}$, $524288 \frac{1}{2}$, $1048576 \frac{1}{2}$, $2097152 \frac{1}{2}$, $4194304 \frac{1}{2}$, $8388608 \frac{1}{2}$, $16777216 \frac{1}{2}$, $33554432 \frac{1}{2}$, $67108864 \frac{1}{2}$, $134217728 \frac{1}{2}$, $268435456 \frac{1}{2}$, $536870912 \frac{1}{2}$, $1073741824 \frac{1}{2}$, $2147483648 \frac{1}{2}$, $4294967296 \frac{1}{2}$, $8589934592 \frac{1}{2}$, $17179869184 \frac{1}{2}$, $34359738368 \frac{1}{2}$, $68719476736 \frac{1}{2}$, $137438953472 \frac{1}{2}$, $274877906944 \frac{1}{2}$, $549755813888 \frac{1}{2}$, $1099511627776 \frac{1}{2}$, $2199023255552 \frac{1}{2}$, $4398046511104 \frac{1}{2}$, $8796093022208 \frac{1}{2}$, $17592186044416 \frac{1}{2}$, $35184372088832 \frac{1}{2}$, $70368744177664 \frac{1}{2}$, $140737488355328 \frac{1}{2}$, $281474976710656 \frac{1}{2}$, $562949953421312 \frac{1}{2}$, $1125899906842624 \frac{1}{2}$, $2251799813685248 \frac{1}{2}$, $4503599627370496 \frac{1}{2}$, $9007199254740992 \frac{1}{2}$, $18014398509481984 \frac{1}{2}$, $36028797018963968 \frac{1}{2}$, $72057594037927936 \frac{1}{2}$, $144115188075855872 \frac{1}{2}$, $288230376151711744 \frac{1}{2}$, $576460752303423488 \frac{1}{2}$, $1152921504606846976 \frac{1}{2}$, $2305843009213693952 \frac{1}{2}$, $4611686018427387904 \frac{1}{2}$, $9223372036854775808 \frac{1}{2}$, $18446744073709551616 \frac{1}{2}$, $36893488147419103232 \frac{1}{2}$, $73786976294838206464 \frac{1}{2}$, $147573952589676412928 \frac{1}{2}$, $295147905179352825856 \frac{1}{2}$, $590295810358705651712 \frac{1}{2}$, $1180591620717411303424 \frac{1}{2}$, $2361183241434822606848 \frac{1}{2}$, $4722366482869645213696 \frac{1}{2}$, $9444732965739290427392 \frac{1}{2}$, $18889465931478580854784 \frac{1}{2}$, $37778931862957161709568 \frac{1}{2}$, $75557863725914323419136 \frac{1}{2}$, $151115727451828646838272 \frac{1}{2}$, $302231454903657293676544 \frac{1}{2}$, $604462909807314587353088 \frac{1}{2}$, $1208925819614629174706176 \frac{1}{2}$, $2417851639229258349412352 \frac{1}{2}$, $4835703278458516698824704 \frac{1}{2}$, $9671406556917033397649408 \frac{1}{2}$, $19342813113834066795298816 \frac{1}{2}$, $38685626227668133590597632 \frac{1}{2}$, $77371252455336267181195264 \frac{1}{2}$, $154742504910672534362390528 \frac{1}{2}$, $309485009821345068724781056 \frac{1}{2}$, $618970019642690137449562112 \frac{1}{2}$, $1237940039285380274899124224 \frac{1}{2}$, $2475880078570760549798248448 \frac{1}{2}$, $4951760157141521099596488896 \frac{1}{2}$, $9903520314283042199192977792 \frac{1}{2}$, $19807040628566084398385955584 \frac{1}{2}$, $39614081257132168796771911168 \frac{1}{2}$, $79228162514264337593543822336 \frac{1}{2}$, $158456325028528675187087644672 \frac{1}{2}$, $316912650057057350374175289344 \frac{1}{2}$, $633825300114114700748350578688 \frac{1}{2}$, $1267650600228229401496701157376 \frac{1}{2}$, $2535301200456458802993402314752 \frac{1}{2}$, $5070602400912917605986804629504 \frac{1}{2}$, $10141204801825835211973609259008 \frac{1}{2}$, $20282409603651670423947218518016 \frac{1}{2}$, $40564819207303340847894437036032 \frac{1}{2}$, $81129638414606681695788874072064 \frac{1}{2}$, $162259276829213363311577748144128 \frac{1}{2}$, $324518553658426726623155496288256 \frac{1}{2}$, $649037107316853453246310992576512 \frac{1}{2}$, $1298074214633706906492621985153024 \frac{1}{2}$, $2596148429267413812985243970306048 \frac{1}{2}$, $5192296858534827625970487940612096 \frac{1}{2}$, $10384593717069655251940975881224192 \frac{1}{2}$, $20769187434139310503881951762448384 \frac{1}{2}$, $41538374868278621007763903524896768 \frac{1}{2}$, $83076749736557242015527807049793536 \frac{1}{2}$, $166153499473114484031055614195980704 \frac{1}{2}$, $332306998946228968062111228391961408 \frac{1}{2}$, $664613997892457936124222456783922816 \frac{1}{2}$, $132922799578491587224844491356784576 \frac{1}{2}$, $265845599156983174449688982713569152 \frac{1}{2}$, $531691198313966348993377965427138304 \frac{1}{2}$, $1063382396627932697986755930854276096 \frac{1}{2}$, $2126764793255865395973511861708552192 \frac{1}{2}$, $4253529586511730791947023723417104384 \frac{1}{2}$, $850705917302346158389404744683420768 \frac{1}{2}$, $1701411834604692316778809489366841536 \frac{1}{2}$, $3402823669209384633557618978733683072 \frac{1}{2}$, $6805647338418769267115277957467366144 \frac{1}{2}$, $13611294676837538534230555914934732288 \frac{1}{2}$, $272225893536750770684611118298694655744 \frac{1}{2}$, $544451787073501541369222236597389311488 \frac{1}{2}$, $1088903574147003082738444473194778722816 \frac{1}{2}$, $2177807148294006165476888946389557445536 \frac{1}{2}$, $435561429658801231095377789277911491072 \frac{1}{2}$, $8711228593176024621907555785558238182144 \frac{1}{2}$, $17422457186352049238015111571116476364288 \frac{1}{2}$, $34844914372704098476030223142232952728576 \frac{1}{2}$, $69689828745408196952060446284465905457152 \frac{1}{2}$, $13937965749081639390412089256893181114288 \frac{1}{2}$, $278759314981632787808241785137863622225728 \frac{1}{2}$, $557518629963265575616483570275727244451536 \frac{1}{2}$, $111503725992653115123296714055145448890304 \frac{1}{2}$, $223007451985306230246593428110290897780608 \frac{1}{2}$, $446014903970612460493186856220581795601152 \frac{1}{2}$, $892029807941224920986373712441163591202304 \frac{1}{2}$, $1784059615882449841972747424882327182404608 \frac{1}{2}$, $3568119231764899683945494849764654364809216 \frac{1}{2}$, $7136238463529799367890989699529308729618432 \frac{1}{2}$, $1427247692705959873578197939905861755926864 \frac{1}{2}$, $2854495385411919747156395879811723511853728 \frac{1}{2}$, $57089907708238394943127917596234471277056 \frac{1}{2}$, $114179815416476789886255835192468942554112 \frac{1}{2}$, $228359630832953579772511670384937885082224 \frac{1}{2}$, $456719261665907159545023340769875770164448 \frac{1}{2}$, $913438523331814319090046681539751540328896 \frac{1}{2}$, $1826877046663628638180093363079503080657792 \frac{1}{2}$, $3653754093327257276360186726159006161315584 \frac{1}{2}$, $7307508186654514552720373532318012226311168 \frac{1}{2}$, $14615016373309029105440747064636024452622336 \frac{1}{2}$, $29230032746618058210881494129272048905244672 \frac{1}{2}$, $58460065493236116421762988258544097810489344 \frac{1}{2}$, $116920130986472232843525976517088196209778688 \frac{1}{2}$, $233840261972944465687051953034176392419557376 \frac{1}{2}$, $467680523945888931374103906068352784839114752 \frac{1}{2}$, $935361047891777862748207812136705569678229504 \frac{1}{2}$, $1870722095783555725496415624273411139356459008 \frac{1}{2}$, $374144419156711145099283124854682227871298016 \frac{1}{2}$, $748288838313422290198566249709364455742596032 \frac{1}{2}$, $1496577676626844580397132499418728911451921064 \frac{1}{2}$, $299315535325368916079426499883745782280382208 \frac{1}{2}$, $598631070650737832158852999767491564560764416 \frac{1}{2}$, $119726214130147566431770599953498312912152832 \frac{1}{2}$, $239452428260295132863541199906996625824305664 \frac{1}{2}$, $478904856520590265727082399813993251648611328 \frac{1}{2}$, $95780971304118053145416479962798650329722656 \frac{1}{2}$, $19156194260823610629083295932559726059144512 \frac{1}{2}$, $383123885216472212581665918651114512118288224 \frac{1}{2}$, $766247770432944425163331837302228224365764448 \frac{1}{2}$, $153249554086588885032666367460445644753152896 \frac{1}{2}$, $306499108173177770065332734920891289506305792 \frac{1}{2}$, $612998216346355540130665469841782579012611584 \frac{1}{2}$, $122599643269271108026133093968356557802522368 \frac{1}{2}$, $245199286538542216052266187936713115605044736 \frac{1}{2}$, $490398573077084432104532375873426211210089472 \frac{1}{2}$, $98079714615416886420906475174685242220118944 \frac{1}{2}$, $196159429228833772841812950349370484440237888 \frac{1}{2}$, $392318858457667545683625900698740968880477776 \frac{1}{2}$, $784637716915335091367251801397481937777155552 \frac{1}{2}$, $156927543383067018273450360279496387555431104 \frac{1}{2}$, $313855086766134036546900720558992751110862208 \frac{1}{2}$, $627710173532268073093801441117985502221724416 \frac{1}{2}$, $1255420347064536146187602882235970044444448 \frac{1}{2}$, $251084069412907229237520576447194008888896 \frac{1}{2}$, $502168138825814458475041152894388017777792 \frac{1}{2}$, $100433627765162891695008230578877635555584 \frac{1}{2}$, $200867255530325783390016461577755271111168 \frac{1}{2}$, $40173451106065156678003292315551054222336 \frac{1}{2}$, $80346902212130313356006584631102108444704 \frac{1}{2}$, $1606938044242606267120131692622042888896 \frac{1}{2}$, $3213876088485212534240263385244085777792 \frac{1}{2}$, $6427752176970425068480526710488171555584 \frac{1}{2}$, $12855504353940850136961053420976331111168 \frac{1}{2}$, $25711008707881700273922106841952662222336 \frac{1}{2}$, $51422017415763400547844213683905324444704 \frac{1}{2}$, $1028440349315268010956884273678106488896 \frac{1}{2}$, $2056880698630536021913768547556132977792 \frac{1}{2}$, $4113761397261072043827537095112257555584 \frac{1}{2}$, $8227522794522144087655074190224515111168 \frac{1}{2}$, $1645504558904428817531014838044902222336 \frac{1}{2}$, $3291009117808857635062029676089804444704 \frac{1}{2}$, $658201823561771527012405935217960888896 \frac{1}{2}$, $131640364712354305402481187043593777792 \frac{1}{2}$, $263280729424708610804962374087187555584 \frac{1}{2}$, $526561458849417221609924752174375111168 \frac{1}{2}$, $1053122917698834443219969504348750222336 \frac{1}{2}$, $2106245835397668886439939008697500444704 \frac{1}{2}$, $421249167079533777287987801739500888896 \frac{1}{2}$, $842498334159067554575975603479001777792 \frac{1}{2}$, $1684996668318135109151951206958003555584 \frac{1}{2}$, $3369993336636270218303902413910007111168 \frac{1}{2}$, $673998667327254043660780482782001422336 \frac{1}{2}$, $1347997334654508087321560965564002844704 \frac{1}{2}$, $269599466930901617464312193112800568896 \frac{1}{2}$, $539198933861803234928624386225601137792 \frac{1}{2}$, $1078397867723606469857248772451202275584 \frac{1}{2}$, $2156795735447212939714495444902404511168 \frac{1}{2}$, $4313591470894425879428990889804809022336 \frac{1}{2}$, $8627182941788851758857981779609618044704 \frac{1}{2}$, $1725436588357770351771596355921923608896 \frac{1}{2}$, $3450873176715540703543192711843207217792 \frac{1}{2}$, $6901746353431081407086385423686414355584 \frac{1}{2}$, $13803492706862162814172770847372828711168 \frac{1}{2}$, $27606985413724325628345541714745657422336 \frac{1}{2}$, $5521397082744865125669108342949111444704 \frac{1}{2}$, $1104279416548973025133821668589822288896 \frac{1}{2}$, $2208558833097946050267643377179644577792 \frac{1}{2}$, $4417117666195892100535286754359291155584 \frac{1}{2}$, $88342353323917842010705735087185823111168 \frac{1}{2}$, $1766847066478356840214114701743676222336 \frac{1}{2}$, $3533694132956713680428229403487352444704 \frac{1}{2}$, $706738826591342736085645880697470488896 \frac{1}{2}$, $1413477653182685472171291761394940977792 \frac{1}{2}$, $2826955306365370944342583522789881955584 \frac{1}{2}$, $565391061273074188868516705557977111168 \frac{1}{2}$, $113078212254614837773703341111555422336 \frac{1}{2}$, $22615642450922967554740668222211111168 \frac{1}{2}$, $4523128490184593510948133644442222336 \frac{1}{2}$, $9046256980369187021896267288884444704 \frac{1}{2}$, $1809251396073837404379253457776888896 \frac{1}{2}$, $361850279214767480875850695555777792 \frac{1}{2}$, $723700558429534961751701391111555584 \frac{1}{2}$, $14474011168590699235034027822221111168 \frac{1}{2}$, $2894802233718139847006805564444222336 \frac{1}{2}$, $57896044674362796940136111288884444704 \frac{1}{2}$, $115792089348725593880272222577777792 \frac{1}{2}$, $231584178697451187760544445155555584 \frac{1}{2}$, $4631683573949023755210889023111111168 \frac{1}{2}$, $9263367147898047510421778046222222336 \frac{1}{2}$, $1852673439579609502084355609244444704 \frac{1}{2}$, $370534687915921900416871217848888896 \frac{1}{2}$, $74106937583184380083374243569777792 \frac{1}{2}$, $148213875166368760166748487139555584 \frac{1}{2}$, $296427750332737520333496974279111168 \frac{1}{2}$, $592855500665475040666993948558222336 \frac{1}{2}$, $1185711001330950081333987897116444704 \frac{1}{2}$, $237142200266190016266797579423288896 \frac{1}{2}$, $474284400532380032533595158846577792 \frac{1}{2}$, $94856880106476006506719031769355584 \frac{1}{2}$, $1897137602129520130134380735387111168 \frac{1}{2}$, $379427520425904026026876147077422336 \frac{1}{2}$, 75885504085180805205

L'algoritmo di **Euclide** per la ricerca del massimo comun divisore

	2	1	3	1	4
67	24	19	5	4	1
48					
r 19	r 5	r 4	r 1	r 0	

$$\frac{67}{24} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}$$

Il metodo del polverizzatore nella **matematica indiana**

Bombelli e **Cataldi** nel '500

Huygens e i denti delle ruote del planetario

Euler e **Lagrange**: frazioni continue e equazioni indeterminate

Klein e la rappresentazione geometrica delle frazioni continue

Frazioni continue e...

Il Calendario

Pi greco

La sezione aurea

I numeri di Fibonacci

Sistemi di numerazione e tecniche di calcolo nel mondo antico

Sistemi di numerazione e tecniche di calcolo nell'antichità

Liceo Classico

Sistema di numerazione e tecniche di calcolo nell'antico Egitto

Scrivi in notazione binaria i seguenti esagrammi di E8-hi e converti in base 10

1-2 ⁵ + 0-2 ⁴ + 1-2 ³ + 1-2 ² + 0-2 ¹ + 1-2 ⁰	1 0 1 1 0 1
32 + 8 + 4 + 1 = 45	

1-2 ⁵ + 1-2 ⁴ + 1-2 ³ + 1-2 ² + 1-2 ¹ + 1-2 ⁰	1 1 1 1 1 1
32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63	

Numeri e tecniche di calcolo nella Terra fra i due fiumi

L'origine dei segni numerici e le "bullae" di argilla con gettoni

Le bullae molto probabilmente intervennero nelle transazioni commerciali. I gettoni contenevano la merce misurata. Rompendo la bulla l'acquirente poteva verificare se la merce corrispondeva. Successivamente si misurò ed appese sulla superficie della bulla i vari gettoni.

Passaggio dai gettoni ai simboli numerici

I numeri nei bassorilievi

2100 a. C.

11.110

121.200

46

Livia Giacardi

All'origine del concetto di numero

- dalla pratica dell'intaglio al concetto di base
- basi utilizzate e loro origine (2, 5, 10, 20, 60, ...)
- sistemi di numerazione additivi e sistemi posizionali
- la scoperta dello zero in India e sua importanza
- il sistema binario di Fohi
- il sistema vigesimale dei Maia
- l'uso dell'abaco e il sistema di posizione, scrittura di un numero in base qualunque con l'uso dell'abaco

I sistemi di numerazione egizio e babilonese

- il sistema decimale additivo egizio, addizione, moltiplicazione e divisione, le frazioni a numeratore 1
- il sistema di numerazione babilonese sessagesimale posizionale
- la mancanza dello zero e inconvenienti che ne derivano
- calcolo degli inversi
- numeri che non ammettono inverso

Finalità

- presentare **diversi sistemi di numerazione** del mondo antico e le varie tecniche di calcolo
- evidenziare **i caratteri e i vantaggi dei sistemi posizionali rispetto a quelli additivi**
- riflettere sul **concetto di base** di un sistema di numerazione, sull'importanza e sul **ruolo dello zero**
- stimolare gli studenti a guardare alle civiltà del passato anche sotto l'aspetto del sapere scientifico.

Dalle dimostrazioni "visive" a quelle deduttive: da Talete a Euclide e oltre

La nascita della matematica come scienza dimostrativa

Livia Giacardi - Lino Ci

Consideriamo il numero triangolare T_4 , la tetraedra, $1+2+3+4 = 10$

$T_4 = \frac{4 \times 5}{2}$

Trovare la formula che esprime l'n-esimo numero pentagonale osservando la figura

$P_3 = 5 + 3T_4$

$P_n = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + n + 3 \frac{(n-1)n}{2} = 2n^2 - n$

Platone, Menone

Problema: costruire un quadrato di area doppia di quello assegnato

La ricerca di un modo di costruire un quadrato di area doppia di quello assegnato

Euclide (300 a.C.)

Alessandria

Gli *Elementi* sono la sua opera fondamentale

Due criteri:

- uno extralogico dell'evidenza
- uno puramente logico della dimostrazione

A partire da alcune proprietà primitive (la cui garanzia dell'evidenza, si ricavano deduttive in proposizioni) **metodo assiomatico deduttivo**

Gli *Elementi* di Euclide. Classici della scienza

Decomporre dimostrando che ABCD è un quadrato

Ip1) I triangoli "rossi" sono rettangoli e uguali fra loro
 ESTU è un quadrato con lato = alla somma dei cateti del triangolo "rosso"
 TH) ABCD è un quadrato.

Postulati (attribuiti)

- Si può tracciare una retta da un punto qualsiasi a un punto qualsiasi
- Si può prolungare indefinitamente una retta finita
- Si può descrivere un cerchio con un centro qualsiasi e un raggio qualsiasi

Traducono in termini geometrici le operazioni pratiche degli antedrotopi egizi

- tracciare una corda tra due punti
- tracciare un cerchio usando una corda fissata ad un paletto infisso nel terreno

Euclide parla di cerchi e di rette e ciò equivale a dire che i soli strumenti ammessi sono la riga e il compasso.

- Le "ricette" di calcolo presso gli Egizi e i Babilonesi. **Pensiero operativo-concreto**
- **Talete** (VII-VI sec. a. C.) e le prime "dimostrazioni" di affermazioni di carattere generale (lettura di frammenti su Talete)
- I **Pitagorici** (VI sec. a. C.) e l'**aritmo geometria**
- Il **teorema di Pitagora**: una "dimostrazione visiva"
- Generalizzazione del teorema di Pitagora
- Gli annodatori di corde egizi e l'inverso del teorema di Pitagora
- I Pitagorici e la **scoperta delle grandezze incommensurabili** [dimostrazione per assurdo basata sul pari e sul dispari]
- La dimostrazione in senso euclideo: **Euclide e gli Elementi**
- **Dimostrazioni notevoli o curiose nella storia**
- Dimostrazioni dirette, dimostrazioni per assurdo, dimostrazioni per induzione, dimostrazioni con artifici ...

La dimostrazione



Che cosa significa dimostrare, che cosa è un teorema

Teoremi inversi

Condizioni necessarie e sufficienti

Dimostrazione per assurdo

Dimostrazione per induzione

"Contaminazioni «

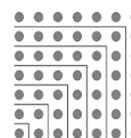
Ancora " dimostrazioni visive "

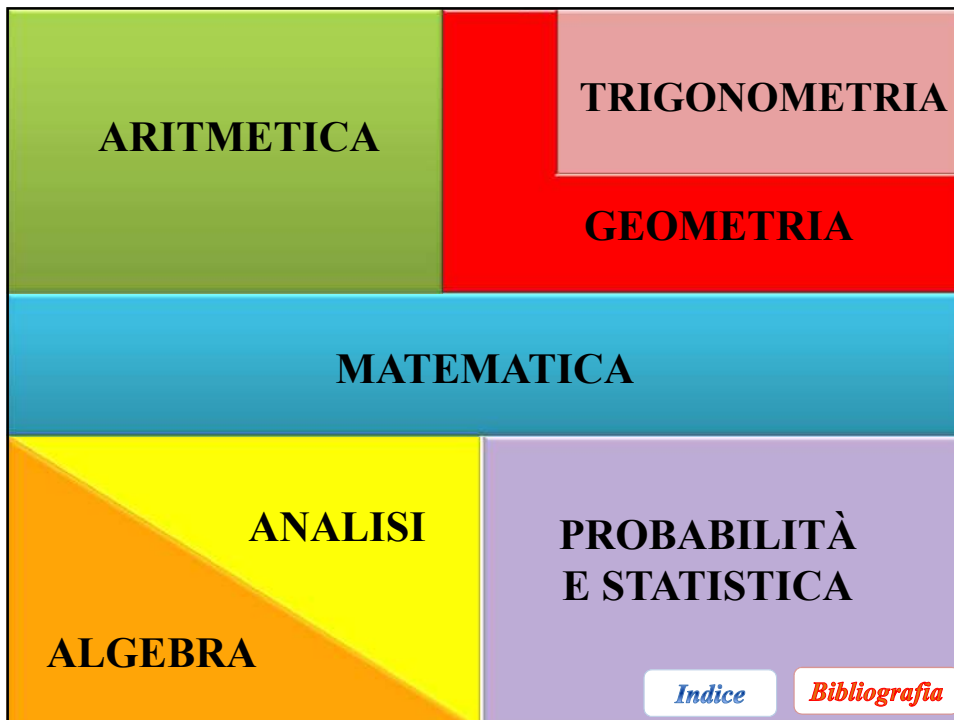
Livia Giacardi 2014




Finalità




- Riflettere su **che cosa significa dimostrare**, sul rapporto fra evidenza visiva e dimostrazione, sui **vari tipi di dimostrazione**.
- Evidenziare ostacoli di tipo cognitivo che potrebbero derivare dall'uso delle dimostrazioni «visive».
- Riflettere su **che cosa significa risolvere un problema**, **importanza degli strumenti scelti**.
- Stimolare alla **scoperta**.
- Inquadrare lo studio della matematica in un più **ampio contesto culturale**.

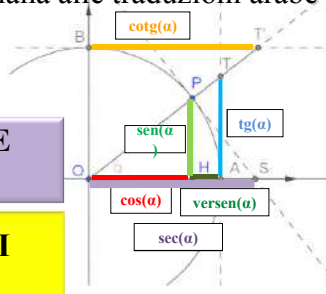




MATEMATICA	
<ul style="list-style-type: none"> - Dai bisogni pratici alle esigenze filosofiche - La nascita delle grandi Scuole greche - Il sistema assiomatico euclideo - Parole derivanti da strumenti matematici <ul style="list-style-type: none"> - Dagli agrimensori dell'antico Egitto agli <i>Elementi</i> di Euclide - Le definizioni di figure e solidi riprese dai testi di Euclide, Archimede, ... 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p style="text-align: center;">POSTULATO Matematica</p> <p>Deriva dal latino <i>postulatio</i>, <i>richiesta</i> (da <i>postulare</i>, domandare), in greco <i>πρότασις</i> (<i>prótasìs</i>) e <i>ἀπόδειξις</i> (<i>apódeixis</i>).</p> <p>Il termine appare nelle prime traduzioni medievali latine degli <i>Elementi</i> di Euclide.</p> <p>Sebbene oggi la parola sia comunemente considerata sinonimo di assioma, in origine i due termini differivano. Nel suo Commento al primo libro degli <i>Elementi</i> di Euclide, PROCLUSO afferma che gli assiomi stanno ai postulati, come i teoremi ai problemi.</p> <p>Assioma : Postulato = Teorema : Problema <small>generale particolare concreto particolare</small></p> <p style="text-align: right;"><i>Da gli Elementi di Euclide, Commentario, 1871</i></p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p style="text-align: center;">CIRCONFERENZA Geometria</p> <p>Deriva dal latino <i>circumferentia</i>, o dal greco <i>περιφέρεια</i>, <i>periphéreia</i> che <i>passa attorno</i> (da <i>fero</i>, portare, e <i>circum</i>, attorno).</p> <p>La parola "circonferenza" è una traduzione latina del termine greco <i>περιφέρεια</i>, usato sia da Euclideo, sia da Archimede.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Mantenendo il significato odierno la parola <i>periferia</i> indica la linea di contorno e non la parte di piano che essa racchiude, cioè il <i>cerchio</i>.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">ZERO Aritmetica</p> <p>Deriva dal nome indiano <i>śūnya</i> (tradotto in arabo con <i>as-sifr</i>, la cui traduzione latina del XII sec. fu resa con <i>zifro</i> o con <i>zefrano</i>).</p> <p>I due termini <i>latini</i> assunsero in seguito significati differenti. ZEFRUM mantenne il significato originario di <i>svuoto</i>, usato nell'italiano volgare del XIV sec. in <i>zifro</i>, <i>zifro</i> o <i>zefro</i>, e infine in dialetto veneziano abbreviato in <i>zero</i> (da cui il termine odierno in italiano, inglese e francese). La <i>raice</i> deriva dal greco <i>ζεφύρος</i>, e significa <i>vento occidentale</i>, trasportato in latino nel <i>vento primaverile zefiro</i>. Fuori da qui l'associazione al numero il cui effluo è leggero come il soffio del vento di primavera.</p> <p>CIFRA acquistò il significato generico di rappresentante di un numero naturale da 0 a 9, e tali unità sono usate anche dalle civiltà antiche.</p>  </div>
GEOMETRIA	ARITMETICA
<ul style="list-style-type: none"> - Dal mondo indo-arabico alle scuole romane - Dall'indiano all'italiano volgare: lo zero 	

<p>SENO Trigonometria</p> <p><small>Deriva dal latino <i>sinus</i>, dall'arabo <i>sin</i>. Analogamente la parola araba <i>sin</i>, che rifletteva la pronuncia del nome sincretico <i>sin</i>, corta, il <i>segenon</i> (che nasce da <i>sin</i>, abbreviazione del termine <i>sin-cosinus, sinus cordis</i>).</small></p>  <p>I primi a considerare il seno di un angolo furono gli astronomi indiani; in particolare ARYABHATA I nella sua opera <i>Aryabhatiya</i> (499 d.C.) costruì una tavola di <i>mezze corde</i>, (o in cui nome "zīn").</p> <p><small>Nell'VIII secolo la parola fu imposta dall'India nel mondo arabo, traducendo testi astrologici. Il termine "zīn" fu traslitterato e divenne "jiba" o "jb", parola priva di significato presso gli arabi.</small></p>	<h2>TRIGONOMETRIA</h2>
<p>RADICE Algebra</p> <p><small>Dal latino <i>radix</i>, nei due significati di <i>radice di un numero</i> e di <i>soluzione di un'equazione</i> (traduzione della parola araba <i>qadr</i>: radice di un albero).</small></p> <p>Così come le radici di un albero, la "radice di un numero" a è un numero che bisogna estrarre dal luogo in cui è stato «soffermato», e proprio come un'estrazione, il numero deve essere elevato al quadrato per restituire a. In senso traslato, pure la radice di un'equazione si deve «estrarre dall'equazione stessa» per poterla scoprire e determinare.</p> <p><small>Inoltre, il simbolo della radice è la stilizzazione della corrispettiva parola araba: جذر \Rightarrow $\sqrt{\quad}$</small></p>	<h2>PROBABILITÀ E STATISTICA</h2>
<p>INTEGRALE Analisi</p> <p><small>Deriva dal latino <i>integrare</i>, da <i>integere, intero, totale, che non è diviso</i> (<i>integrus</i>, accusativo di <i>integer</i>; composto da <i>in-</i>, suffisso di negazione e <i>tagere</i> toccare).</small></p> <p>In origine G. W. LEIBNIZ preferisce denotarlo con la locuzione <i>calculus summatorius</i> (1672-1684), come operazione inversa del <i>calculus differentialis</i>.</p> <p>Fu il matematico svizzero Johann BERNOULLI (1667-1748), uno dei padri del metodo differenziale, in contatto epistolare con Leibniz, che suggerì il termine <i>calculus integralis</i>, con il significato di «totale», riferito alla determinazione di un'area, un volume, o una lunghezza.</p>	<h2>ANALISI</h2>
<p>ALGEBRA</p>	<h2>ALGEBRA</h2>

- Dall'astronomia indiana alle traduzioni arabe



- I rimandi alle **origini** delle discipline

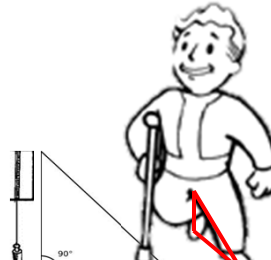
Finalità

- Comprendere l'**etimologia** e l'**origine storica** delle parole matematiche
- Evidenziare le relazioni e gli intrecci con **altre discipline** (Arte, Storia, Filosofia)
- Riflettere sull'**evoluzione del linguaggio** e delle notazioni nei secoli
- Stimolare la **curiosità**

“Questa parola, e le altre che via via abbiamo studiate, dagli usi comuni della vita furono assunte al servizio della scienza; e questa, fissandole in particolari significati, ne conservò nei secoli le forme, divenute patrimonio comune di tutte le lingue d'Europa, e nucleo di una lingua internazionale.”

[Luisa Viriglio, *Le parole italiane di matematica*, 1919]

ARITMETICA	TRIGONOMETRIA
MATEMATICA	GEOMETRIA
ANALISI	PROBABILITÀ E STATISTICA
ALGEBRA	Algebra Bibliografia

LA STORIA DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

1) Il problema della divisione della posta
2) Il gioco dei dadi

Chiara Pizzarelli e Clara Silvia Roero

Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

Il gioco dei dadi

- Gli astragali e i dadi nell'antica Grecia
- L'ordine conta! *Combinazioni e disposizioni*
- **Cardano** e le scommesse sui tiri degli astragali
- Galileo e l'*equipossibilità*
- Il lancio della moneta e il «fenomeno D'Alembert»
- Il problema di De Meré: le soluzioni di **Pascal** (E^c) e **Fermat** (*teorema della probabilità composta*)
- Huygens e Jacob Bernoulli: la speranza matematica

Il problema della divisione della posta $A_{-a} B_{-b}$

- Gli errori delle soluzioni di **Pacioli** e **Tartaglia**
- La *probabilità totale per eventi indipendenti*: il metodo di Pascal
- Le *disposizioni con ripetizione*: il metodo di Fermat
- De Roberval e il problema dell'*equipossibilità*
- La corrispondenza Pascal – Fermat (trad. italiana)

Finalità

- ❑ Descrivere alcuni episodi della storia del «**problema del gioco dei dadi**» e del «**problema della divisione della posta**»
- ❑ Seguire i percorsi di ‘**scoperta**’ dei matematici della storia (comprendenti **metodi alternativi** e gli **errori!**)
- ❑ Chiarire il concetto di **gioco equo**
- ❑ Sfruttare il gioco e l’effetto **sorpresa**
- ❑ Usare **testi originali** (in lingua o tradotti)



*Calendario e matematica:
Peano e il calcolo della Pasqua*

Chiara Pizzarelli



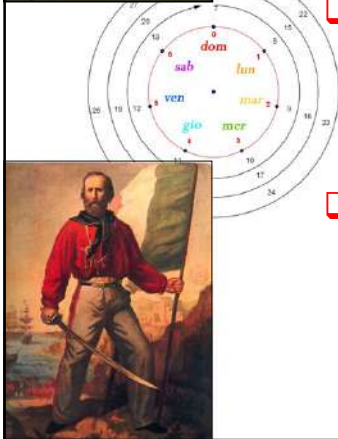
Giorno	24	Giorno risultante	
Mese	2		Di mercoledì nascono i mercanti, gli industriali e gli ingegneri
Anno	1988	Mercoledì	

La storia del calendario

- Il calendario **giuliano**
- Gli errori sul calendario tropico e la riforma **gregoriana**
- Le **approssimazioni** e gli errori nel calendario

Il calcolo della data di Pasqua

- Dalla definizione alla formula con il metodo dell'epatta
- Il calcolo dell'*età della Luna*
- Il *settimanale* di una data (Excel) e la costruzione del calendario perpetuo



Finalità

- ❑ Creare **collegamenti** con discipline, quali l'Astronomia, la Storia, il Latino, la Religione,...
- ❑ Mostrare l'importanza degli **errori di approssimazione** e il ruolo dei matematici nella storia del calendario.
- ❑ Rendere le **operazioni sulle misure del tempo** e le **classi di resto** accattivanti e aderenti alla realtà quotidiana (problemi proposti da Peano in contesti storici).