PROGETTO LAUREE SCIENTIFICHE 2013/14: MATEMATICA

Responsabile Ornella Robutti

PERCORSO di STORIA DELLE MATEMATICHE

DOCENTI FORMATORI:

LIVIA GIACARDI, Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano", livia.giacardi@unito.it
ERIKA LUCIANO, Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano", erika.luciano@unito.it
CHIARA PIZZARELLI, Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano", pizzarelli.chiara@gmail.com chiara.pizzarelli@unito.it
CLARA SILVIA ROERO, Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano", clarasilvia.roero@unito.it

DESTINATARI:

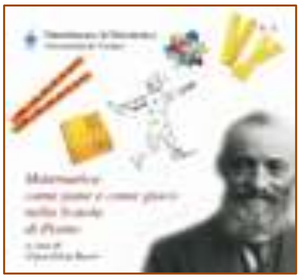
insegnanti e studenti della Scuole secondarie di secondo grado

CONTENUTI:

I temi che si affronteranno nella sperimentazione sono i seguenti e sono stati scelti tenendo presenti le Indicazioni Ministeriali relative ai nuovi programmi (marzo 2010):
La geometria di Euclide, Archimede e Apollonio.
Le origini dell'algebra: dagli Egizi agli Arabi
L'algebra dalla matematica araba al calcolo letterale di Viète.
La geometria analitica: dalle curve alle equazioni.
Il 'teorema fondamentale del calcolo integrale' (XVII-XIX sec.).
Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità e alla statistica.
La logica e la teoria ingenua degli insiemi.
Giochi matematici.

MATERIALI DIDATTICI:

Laboratori di Storia delle matematiche, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013
Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008
Letture matematiche, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2010-11



FASI:

La sperimentazione si articolerà in tre fasi:

- incontri periodici con gli insegnanti
- sperimentazione in classe effettuata dagli insegnanti stessi
- presentazione dei risultati delle sperimentazioni a fine anno scolastico.

SCOPI:

- illustrare su esempi opportunamente scelti, o attraverso letture mirate, **la maturazione di concetti, metodi e tecniche della matematica insegnata,** in modo da mostrarne la genesi storica e da collocarli in un contesto culturale più ampio;
- di **creare attività didattiche coerenti** con lo svolgimento del programma che, attraverso la storia delle matematiche, permettano di evidenziare difficoltà di apprendimento e chiarire nodi concettuali;
- avviare i ragazzi alla **lettura di testi matematici classici.**

PROGETTO LAUREE SCIENTIFICHE 2014/15: MATEMATICA

Responsabile Ornella Robutti

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA - UNIVERSITA' DI TORINO

PERCORSO di STORIA DELLE MATEMATICHE

DOCENTI FORMATORI: Livia Giacardi (livia.giacardi@unito.it) Erika Luciano (erika.luciano@unito.it) Chiara Pizzarelli (chiara.pizzarelli@unito.it), Clara Silvia Roero (clarasilvia.roero@unito.it), Elena Catasso, Stefano Moretti (stefano.moretti.81@gmail.com).

DESTINATARI: Scuole secondarie di primo e secondo grado: Insegnanti e Gruppi di studenti.

PROGETTO DIDATTICO: Un percorso didattico strutturato nella modalità del workshop, articolato in 10 ore, suddivise in due incontri da 3 ore e un incontro finale da 4 ore.

PREREQUISITI: Gli studenti dovranno conoscere gli elementi di base dell'aritmetica, della geometria piana e solida, dell'algebra, dell'analisi e del calcolo delle probabilità.

CONTENUTI: I temi che si affronteranno sono stati scelti tenendo presenti le Indicazioni Ministeriali relative ai nuovi programmi (marzo 2010):

1. Terminologia matematica dall'antichità ad oggi: intrecci culturali multidisciplinari
2. Sistemi di numerazione, operazioni e strumenti di calcolo
3. La geometria di Euclide, Archimede e Apollonio.
4. La storia dell'algebra: dalle civiltà arcaiche alla matematica cinese e indiana.
5. L'algebra e la matematica nel Rinascimento italiano.
6. La storia dei poliedri regolari e semiregolari da Pitagora a Cauchy.
7. La geometria analitica: dalle curve alle equazioni (Descartes, Fermat).
8. Il teorema fondamentale del calcolo integrale (secoli XVII-XIX)
9. Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità.
10. La logica e la teoria ingenua degli insiemi.
11. Calendario e matematica nella storia.
12. Giochi matematici: abachi, regoli, quadrati magici, geometria della carta piegata, problemi capziosi.

MATERIALI DIDATTICI:

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano, cd-rom N. 6, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008, costo: 5 Euro.

Laboratori di Storia delle matematiche per le Scuole, cd-rom N. 7, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013, costo: 5 Euro.

Letture matematiche, cd-rom, Torino Dipartimento di Matematica G. Peano, 2010-11.

FASI: La sperimentazione si articolerà in incontri periodici con gli insegnanti e con gruppi di studenti.

SCOPI: illustrare su esempi e letture l'ideazione e lo sviluppo storico di concetti, metodi e tecniche della matematica, collocandoli in un contesto culturale più ampio che ne mostri le intersezioni con altri rami del sapere;

- creare attività didattiche coerenti con lo svolgimento del programma che, attraverso la storia delle matematiche, permettano di superare difficoltà di apprendimento, chiarendo nodi concettuali e stimolando la creatività;
- avviare alla lettura di biografie, fumetti e romanzi in cui è presente la matematica e la sua storia.




Modulo PLS Storia
Storia delle matematiche 2016

Liva Giacardi, Silvia Roero, Erika Luciano, Chiara Pizzarelli, Maria Anna Raspanti

Piano Lauree Scientifiche
In collaborazione con MIUR, con.Scienze, Confindustria

Indicazioni Nazionali per i Licei

«Si evidenzia l'importanza di **connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche** che le hanno originate e di approfondirne il significato.
Lo studente saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale attraverso una visione storico critica anche in relazione al **contesto filosofico, scientifico e tecnologico**.
Lo studente dovrà acquisire il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la **matematica nel pensiero greco**, la **matematica infinitesimale** che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal **razionalismo illuministico** e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un **nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi** (tecnologia, scienze sociali, economiche e biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica».

Storia della Matematica in classe: perché?

■ la storia della matematica rende l'insegnamento della matematica **più piacevole e stimolante**

■ la storia della matematica conferisce alla disciplina la sua **dimensione culturale e interculturale** [Djebbar 2013]

■ la storia della matematica fa comprendere **che la matematica è una disciplina viva**

■ la storia della matematica favorisce la **riflessione sia sugli oggetti matematici e sulla loro evoluzione, sia sul modo di introdurli in classe** [Radford 1997; Furinghetti - Radford 2008; …]

> *il modo in cui un'antica idea è stata forgiata* ***può aiutarci a ritrovare quegli antichi significati che, con un'opportuna opera di adattamento didattico,*** *possono probabilmente essere ridisegnati e resi compatibili con i moderni programmi scolastici* [Radford 1997]

"La formazione di docenti di matematiche, che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso ***apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca"***

F. Enriques 1938 *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli 1938

Storia della Matematica in classe: come?

“Illuminazioni”
l’insegnamento ordinario è talvolta «condito» da qualche informazione storica

Moduli storici
unità didattiche dedicate alla storia su temi specifici

Approccio all’insegnamento basato sulla storia della matematica:
la storia suggerisce il modo (sequenza degli argomenti, metodo, …) per presentare un certo argomento, evidenzia errori, misconcetti, …

Tutti e tre gli approcci possono essere utili se dosati in modo differente nei vari livelli di scuola, e presuppongono:

- **Formazione preliminare degli insegnanti**
- **Preparazione di materiali *ad hoc***
- **Laboratori in classe preparati dagli insegnanti in collaborazione con gli esperti** (semplice ruolo di consulenza)

Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

CONVEGNO NAZIONALE 10 - 11 - 12 Marzo 2011
Montevarchi - San Giovanni Valdarno - Terranuova Bracciolini - Figline Valdarno

http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegno.php?id=14

171 iscritti

- 13 conferenze storiche
- 1 tavola rotonda

L'insegnamento della storia della matematica: come, quando e perché

- 15 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore

La matematica degli Egizi e dei Sumeri, I ponti di Koenigsberg, La matematica medievale, Matematica e arte, La geometria dei Greci, Il teorema di Pitagora, Sistemi di numerazione e strumenti di calcolo, I laboratori del Giardino di Archimede

- 20 laboratori per secondaria superiore

Il teorema di Pitagora, La geometria analitica, Il calcolo infinitesimale La trigonometria, La geometria dei Greci, L'algebra e le equazioni algebriche, Le costruzioni con riga e compasso, Matematica e arte, I laboratori del Giardino di Archimede

Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

SECONDO CONVEGNO NAZIONALE
IVREA 14 - 16 Marzo 2013
Liceo scientifico A. Gramsci - Polo Formativo e di Ricerca Officina H

http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegnostoria2/

101 Iscritti

- 10 conferenze di ricercatori in storia e didattica della matematica: Testi classici: Euclide, Newton, Dedekind, Peano; Storia dell'algebra; Giochi matematici; Bolle di sapone; Macchine matematiche; Storia del laboratorio di matematica; Libri di testo nel ventennio fascista
- 7 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore
nascita dei numeri, teorema di Pitagora, la Pascalina, …
- 18 laboratori per secondaria superiore
matematica e arte, equazioni di secondo grado, sistemi di numerazione e tecniche di calcolo, calcolo probabilità, storia dell'analisi
- 1 conferenza-concerto La scala musicale da Pitagora a Rameau

IL GIARDINO DI ARCHIMEDE un museo per la matematica

SISM Società Italiana di Storia delle Matematiche

Che cosa ci proponiamo di fare

presentare alcuni argomenti di storia della matematica collegati con i temi affrontati nel programma scolastico al fine,

- illustrare su esempi opportunamente scelti, o attraverso letture mirate, **la maturazione di concetti, metodi e tecniche** in modo da mostrare la **genesi storica** delle teorie matematiche studiate, collocandole in un contesto culturale più ampio.
- **creare attività didattiche coerenti** con lo svolgimento del programma e che arricchiscono la cultura generale.
- avviare i ragazzi alla **lettura di testi matematici classici, di biografie, fumetti e romanzi in cui è presente la matematica**

Temi

•1. Terminologia matematica dall'antichità ad oggi: intrecci culturali multidisciplinari
•2. Sistemi di numerazione e operazioni nella matematica antica e medioevale
•3. La geometria di Euclide, di Archimede e di Apollonio.
•4. La storia dell'algebra: dagli Egizi ai Babilonesi e dai Greci agli Arabi
•5. L'algebra e la matematica nel Rinascimento.
•6. La lunga storia dei poliedri regolari e semi-regolari.
•7. La geometria analitica: dalle curve alle equazioni.
•8. Il ‘teorema fondamentale del calcolo integrale' (secoli XVII-XIX)
•9. Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità e alla statistica (XVII-XX sec.)
•10. Giochi matematici nella storia: abachi, regoli, quadrati magici, geometria della carta piegata, problemi capziosi.
•11. Numeri poligonali nel piano e nello spazio: storia e applicazioni didattiche (progressioni aritmetiche, dimostrazioni per induzione, …)
•12. Frazioni continue: storia e applicazioni didattiche (algoritmo di Euclide, calcolo approssimato di radici quadrate, sezione aurea e numeri di Fibonacci, …)
•13. L’inversione circolare: storia e applicazioni didattiche (il piano di Poincaré, …)
•14. A come Assioma: i fondamenti della geometria da Euclide a Hilbert
•15. ... cominciamo da 1: i fondamenti dell’aritmetica da Euclide a Peano
•16. ‘La matematica non ha confini né razza’: un percorso interdisciplinare fra matematica e storia, nella prospettiva dell’insegnamento multiculturale

Strumenti e materiali

• Presentazioni in power point con opportuna bibliografia
• Antologie di testi
• I seguenti CD_ROM
Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano, cd-rom N. 6, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008, costo: 5 Euro.
Laboratori di Storia delle matematiche per le Scuole, cd-rom N. 7, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013, costo: 5 Euro.
Letture matematiche, cd-rom, Torino Dipartimento di Matematica G. Peano, 2010-11.
• Schede di lavoro da compilare
• Antologie di testi


Le origini dell'algebra
fra aritmetica e geometria
Parte 1
Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli
Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino


Cronologia essenziale
Evoluzione simbolismo
Indice
6. Italia
2. Grecia
5. Islam
3. Cina
1. Egitto e Mesopotamia
4. India
Prima parte
Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

Storia dell'algebra

Cronologia essenziale

Evoluzione del simbolismo


Le origini dell’algebra
fra aritmetica e geometria
Parte 2
Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli
Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino


Indice
6. Italia
2. Grecia
5. Arabi
3. Cina
4. India
1. Egitto e Mesopotamia
Seconda parte
B
Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

In Cina

Il sistema di numerazione e il metodo del *Fangcheng*

-Cronologia: i momenti più significativi della storia dell'algebra e i protagonisti dai Babilonesi a Galois.

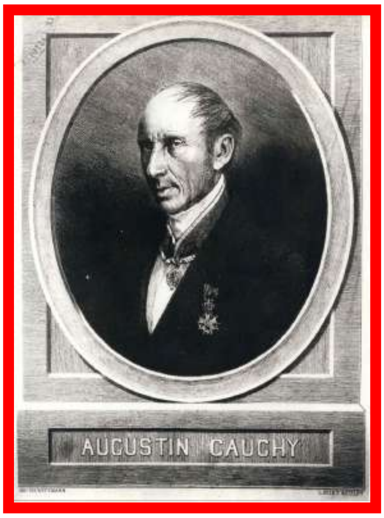
- Evoluzione del simbolismo

- i ***calcoli aha* egizi** (metodo di semplice falsa posizione)
- il **"calcolo algebrico" dei Babilonesi** (uso delle identità notevoli, il metodo del completamento del quadrato e quello della semisomma e semidifferenza)
- problemi di applicazione delle aree in Grecia
- la dimostrazione geometrica rigorosa delle identità notevoli negli ***Elementi* di Euclide.** Lettura guidata di alcune proposizioni.
- **Diofanto,** il recupero della tradizione babilonese e i primi passi verso il simbolismo algebrico
- **i matematici indiani e l'uso dei numeri negativi**
- **i matematici cinesi e il metodo del Fangcheng** per risolvere i sistemi lineari
- **i contributi del mondo islamico**. Al Kwarizmi (IX sec.): diffusione del sistema di numerazione indiano con lo zero, classificazione, risoluzione e discussione delle equazioni di secondo grado
- il *Liber Abaci* (1202) di **Leonardo Pisano**: un ponte fra Oriente e Occidente


N. 7
Dipartimento di Matematica G. Peano
Università di Torino
Laboratori di Storia delle Matematiche per le Scuole
2° Convegno Nazionale
La storia della matematica in classe
Ivrea, 14 - 16 Marzo 2013
a cura di
Livia Giacardi
Erika Luciano
Chiara Pizzarelli
Clara Silvia Roero

Finalità

- individuare la **transizione dai metodi aritmetici** (falsa posizione) a **quelli algebrici**,
- riflettere sull'**importanza del simbolismo**,
- evidenziare l'**importanza dell'ampliamento del campo numerico,**
- illustrare l'**uso della geometria** per introdurre i prodotti notevoli e per risolvere equazioni di secondo grado,



Il teorema fondamentale del calcolo integrale

Livia Giacardi – Chiara Pizzarelli
PLS - 2016

L’insegnamento dell’analisi matematica segue un percorso che è opposto a quello che storicamente hanno seguito i matematici: si inizia dai limiti…
Storicamente, invece, si è verificato il processo inverso:
Già i Greci sapevano trovare volumi e aree di solidi non elementari con particolari metodi.
Nel Seicento Newton e Leibniz creano il calcolo infinitesimale, ma mancano i concetti di funzione, limite, derivata e integrale come li intendiamo ora.
Solo nell’Ottocento Cauchy fonda l’analisi sul concetto di limite.
Il rischio di utilizzare didatticamente un processo che è sostanzialmente inverso può creare negli studenti difficoltà e incomprensioni (Hans Freudenthal).

«C’è un grosso problema con la formulazione [classica] del teorema fondamentale del calcolo integrale: ***pochi studenti la comprendono.*** *L’interpretazione comune è infatti che l’integrazione sia il processo inverso della derivazione. Fin qui, tutto bene.* ***Il problema è che l’integrale definito è stato spiegato come limite delle sommatorie di Riemann. Per la maggior parte degli studenti, invece la definizione operativa di integrale definito è la differenza tra i valori estremi di una sua primitiva.*** *Quando questa interpretazione si combina con la definizione comune di integrazione, il teorema cessa di avere significato.»*
(Bressoud, 2011)

BRESSOUD, D. M. “*Historical reflections on teaching the fundamental theorem of integral calculus,*” American Mathematical Monthly 118 (2011)

"Un primo passo consiste nell'acquisire l'idea di un principio, un secondo nel dare una forma precisa all'idea, e nel fare di essa il punto di partenza per successive ricerche» (J. Hadamard)

Problema delle tangenti
La costruzione della tangente si traduce in un'operazione sull'equazione della curva
R. Descartes (1596-1650) *Géométrie* (1637)
P. Fermat (1601-1665)
…
Problema delle quadrature

E. Torricelli, I. Barrow dimostrano teoremi cinematici e geometrici che collegano fra loro le due classi di problemi, tangenti e quadrature (germe del teorema fondamentale del calcolo integrale)

Creazione del calcolo infinitesimale

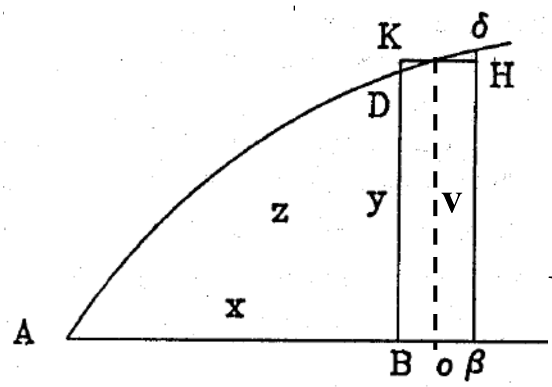
L'area sotto una curva

[integrazione = antiderivazione]

1669 [1711], *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*

- **Regola I** - *Se* $y = ax^{\frac{m}{n}}$ *allora sarà* *Area ABD* = $\frac{na}{m+n} x^{\frac{m+n}{n}}$
- **Regola II** - curve dove *y* è uguale alla somma di un numero finito di addendi del tipo precedente
- **Regola III** - curve dove *y* è espressa da una serie di potenze serie

Isaac Newton (1642-1727)



Germe del teorema fondamentale del calcolo integrale

"…prima ancora di andare a scuola ero affascinato dalla storia e dai poeti; avevo iniziato a interessarmi alla storia non appena imparai a leggere e i versi poetici mi procuravano molta gioia, ma quando incominciai a conoscere la logica, mi sentii molto compiaciuto per la ripartizione e l'ordine del pensiero che vi scoprivo dentro. Cominciai subito a notare che all'interno doveva esserci qualcosa di grande, per quanto sia possibile capire ad un ragazzo di 13 anni" (lettera a G. Wagner, fine 1696)

Storia, filosofia, diritto, linguistica, logica, teologia, matematica

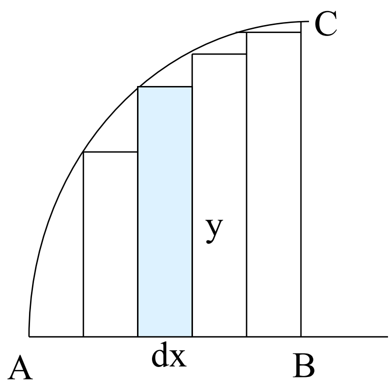
L'integrazione dai manoscritti alle memorie del 1686, 1693

Gottfried W. Leibniz (1646-1716)

Elementa calculi novi, s. d. , anteriore al 1684

L'integrale è definito come somma di infiniti rettangoli infinitesimi.
Con tale definizione, perlopiù, non può essere calcolato direttamente perché Leibniz non possiede né il concetto di funzione né il concetto di limite.

$$\int ydx = ABC$$



Allora entra in gioco il carattere inverso dei due operatori $\boldsymbol{d}$ e $\int$ l'integrazione è definita come operazione inversa della differenziazione

1686 *De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum* (A. E. 1686, pp. 292-300)

- compare ufficialmente il simbolo ∫
- **l'integrazione** appare definita come **operazione inversa della differenziazione**

"da quanto ho esposto a proposito del metodo delle tangenti risulta chiaro che d ½ xx = xdx; per cui al contrario si avrà ½ xx = ∫ x dx (infatti per noi le somme e le differenze, o ∫ e d *, sono operazioni inverse come potenze e radici nei calcoli comuni "*

1693 *Supplementum geometriae dimensoriae* (A. E. 1693, pp. 385-392)

Leibniz dimostra geometricamente che il calcolo dell'area sotto una curva y = f(x) si riconduce alla ricerca di una curva F= F(x) tale che $\frac{dF(x)}{dx}$ = f(x) (cioè alla ricerca di una primitiva e dunque all'inversione dell'operazione di derivazione).

Germe del teorema fondamentale del calcolo integrale

Augustin-Louis Cauchy
(1789 –1857)

1823, Résumé des leçons données à l'Ecole Polytechnique

Cauchy pone il concetto di limite alla base del calcolo infinitesimale.

Definisce separatamente derivata (1823, p. 22) e integrale (1823, p. 122 segg)

Successivamente (1823, p. 151) Cauchy dimostra il **teorema fondamentale del calcolo integrale**

«Se f(x) è finita e continua nell'intervallo $[x_0, X]$ *e F(x) =* $\int_{x_0}^{X} f(x)dx$
Allora F'(x) = f(x)»

Utilizza il teorema del valor medio e l'additività degli integrali definiti.

Esame comparativo di testi analisi

GUIDO ASCOLI
LEZIONI ELEMENTARI DI ANALISI MATEMATICA
ad uso dei Licei Scientifici

"***Ho parlato di integrale prima che di derivata;*** *il primo concetto è più semplice e indipendente dell'altro. Per introdurre il concetto di integrale ho preso le mosse dal calcolo delle aree, a cui ho dato base rigorosa."* [Capitoli VII, VIII]

I **Pitagorici**: numeri figurati, progressioni aritmetiche, semplici risultati di teoria dei numeri

Somma dei primi *n* numeri naturali : varie dimostrazioni (Vailati Enriques, …)

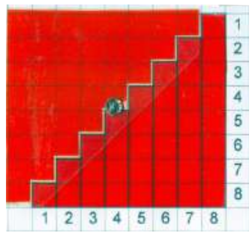
Diofanto e il *Libro dei numeri poligonali*

Descartes: numeri poligonali e poliedrali

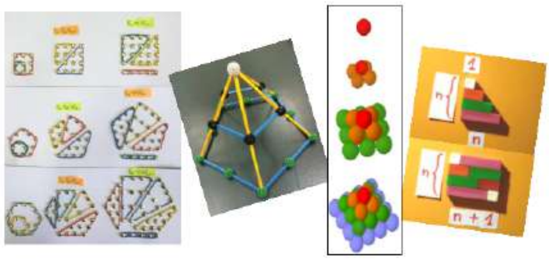
Pascal e l'uso del triangolo aritmetico

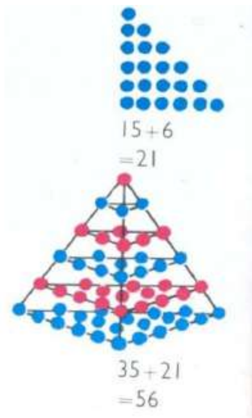
Leibniz e la somma dei reciproci dei numeri triangolari

Euler Numeri poligonali e equazioni indeterminate



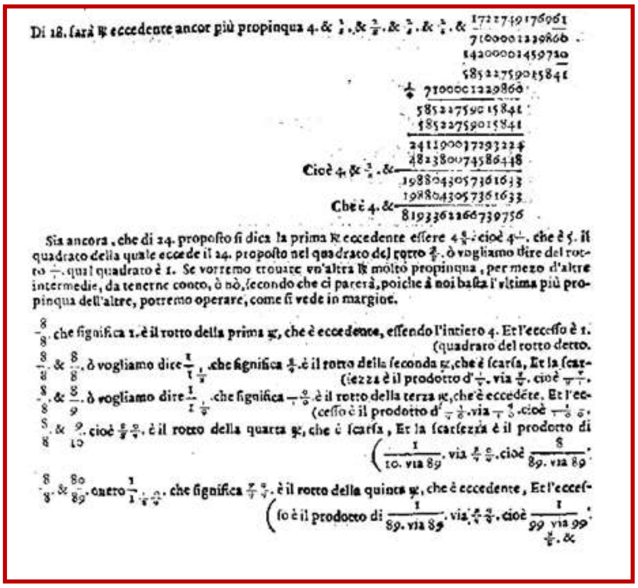
Un'attività didattica





I numeri figurati nei libri di testo

Frazioni continue
Spunti didattici dalla storia



Di 18. sarà ℞ eccedente ancor più propinqua 4. & $\frac{1}{4}$. & ...

Cioè 4. & $\frac{2}{4}$. & $\frac{48238007458 6448}{19880430573 61633}$

Che è 4. & $\frac{19880430573 61633}{81933612166739756}$

Sia ancora, che di 24. proposto si dica la prima ℞ eccedente essere 4 $\frac{8}{8}$. cioè 4 $\frac{1}{1}$. che è 5. il quadrato della quale eccede il 24. proposto nel quadrato del rotto $\frac{8}{8}$. ò vogliamo dire del rotto $\frac{1}{1}$. qual quadrato è 1. Se vorremo trouare vn'altra ℞ molto propinqua, per mezo d'altre intermedie, da tenerne conto, ò nò, secondo che ci parerà, poiche à noi basta l'vltima più propinqua dell'altre, potremo operare, come si vede in margine.

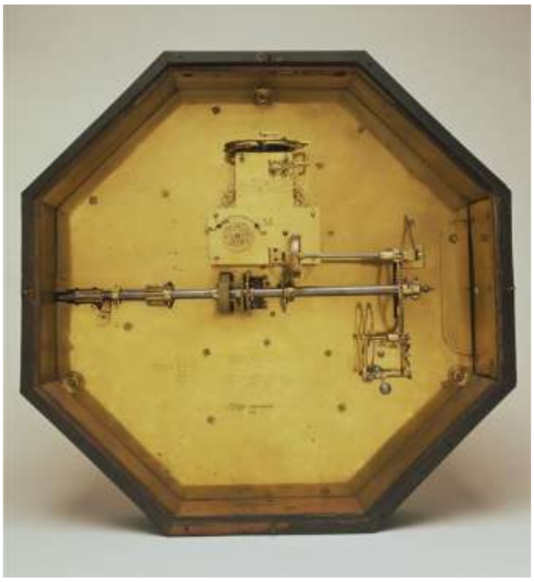
$\frac{8}{8}$. che significa 1. è il rotto della prima ℞, che è eccedente, essendo l'intiero 4. Et l'eccesso è 1. (quadrato del rotto detto.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{8}$. ò vogliamo dire ... che significa ... è il rotto della seconda ℞, che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto d' ... via ... cioè ...

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{9}$. ò vogliamo dire ... che significa ... è il rotto della terza ℞, che è eccedente. Et l'eccesso è il prodotto d' ... via ... cioè ...

$\frac{8}{8}$. & $\frac{9}{10}$. cioè ... è il rotto della quarta ℞, che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto di $\frac{1}{10.\ \text{via}\ 89}$. via ... cioè $\frac{8}{89.\ \text{via}\ 89}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{80}{89}$. ouero ... che significa ... è il rotto della quinta ℞, che è eccedente, Et l'eccesso è il prodotto di $\frac{1}{89.\ \text{via}\ 89}$. via ... cioè $\frac{1}{99\ \text{via}\ 99}$. &



Livia Giacardi

PLS - 2016

L’algoritmo di **Euclide** per la ricerca del massimo comun divisore

	2	1	3	1	4
67	24	19	5	4	1
48					
r 19	r 5	r 4	r 1	r 0	

$$\frac{67}{24} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4}}}}$$

Il metodo del polverizzatore nella **matematica indiana**
Bombelli e **Cataldi** nel ‘500
Huygens e i denti delle ruote del planetario
Euler e **Lagrange**: frazioni continue e equazioni indeterminate

Klein e la rappresentazione geometrica delle frazioni continue
Frazioni continue e…
Pi greco
La sezione aurea
L’infinità dei numeri primi

Un ‘gioco’ didattico con le frazioni continue

All’origine del concetto di numero

- dalla pratica dell’intaglio al concetto di base
- basi utilizzate e loro origine (2, 5,10, 20, 60,…)
- sistemi di numerazione additivi e sistemi posizionali
- la scoperta dello zero in India e sua importanza
- il sistema binario di Fohi
- il sistema vigesimale dei Maia
- l’uso dell’abaco e il sistema di posizione, scrittura di un numero in base qualunque con l’uso dell’abaco

I sistemi di numerazione egizio e babilonese

- il sistema decimale additivo egizio, addizione, moltiplicazione e divisione, le frazioni a numeratore 1
- il sistema di numerazione babilonese sessagesimale posizionale la mancanza dello zero e inconvenienti che ne derivano
- calcolo degli inversi
- numeri che non ammettono inverso

Finalità

- presentare **diversi sistemi di numerazione** del mondo antico e le varie tecniche di calcolo,
- evidenziare **i caratteri e i vantaggi dei sistemi posizionali rispetto a quelli additivi,**
- riflettere sul **concetto di base** di un sistema di numerazione, sull’importanza e sul **ruolo dello zero**
- stimolare gli studenti a guardare alle civiltà del passato anche sotto l’aspetto del sapere scientifico.

- Le "ricette" di calcolo presso gli Egizi e i Babilonesi. **Pensiero operativo-concreto.**

- **Talete** (VII-VI sec. a. C.) e le prime "dimostrazioni" di affermazioni di carattere generale (lettura di frammenti su Talete)

- i **Pitagorici** (VI sec. a. C.) e l'**aritmogeometria**
- il **teorema di Pitagora**: una "dimostrazione visiva"
- generalizzazione del teorema di Pitagora
- gli annodatori di corde egizi e l'inverso del teorema di Pitagora

- i Pitagorici e la **scoperta delle grandezze incommensurabili** [dimostrazione per assurdo basata sul pari e sul dispari]

- la dimostrazione in senso euclideo: **Euclide e gli *Elementi***

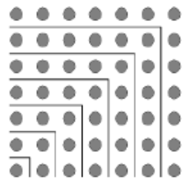
- **dimostrazioni notevoli o curiose nella storia nella storia**

- dimostrazioni dirette, dimostrazioni per assurdo, dimostrazioni per induzione, dimostrazioni con artifici …

Finalità

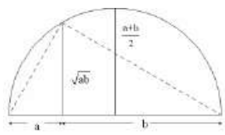
- riflettere su **che cosa significa dimostrare**, sul rapporto fra evidenza visiva e dimostrazione, sui **vari tipi di dimostrazione**;

- evidenziare ostacoli di tipo cognitivo che potrebbero derivare dall'uso delle dimostrazioni «visive».



- riflettere su **che cosa significa risolvere un problema, importanza degli strumenti scelti**;

- stimolare alla **scoperta**



- inquadrare lo studio della matematica in un più **ampio contesto culturale**

Modulo PLS Storia
Storia delle matematiche 2018

Referente: Erika Luciano
Livia Giacardi, Silvia Roero, Chiara Pizzarelli, Maria Anna Raspanti

Piano Lauree Scientifiche
In collaborazione con MIUR, con.Scienze, Confindustria

Indicazioni Nazionali per i Licei

«Si evidenzia l'importanza di **connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche** che le hanno originate e di approfondirne il significato.
Lo studente saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale attraverso una visione storico critica anche in relazione al **contesto filosofico, scientifico e tecnologico**.
Lo studente dovrà acquisire il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la **matematica nel pensiero greco**, la **matematica infinitesimale** che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal **razionalismo illuministico** e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un **nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi** (tecnologia, scienze sociali, economiche e biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica».

Storia della Matematica in classe: perché?

- la storia della matematica rende l'insegnamento della matematica **più piacevole e stimolante**
- la storia della matematica conferisce alla disciplina la sua **dimensione culturale e interculturale** [Djebbar 2013]
- la storia della matematica fa comprendere **che la matematica è una disciplina viva**
- la storia della matematica favorisce la **riflessione sia sugli oggetti matematici e sulla loro evoluzione, sia sul modo di introdurli in classe** [Radford 1997; Furinghetti - Radford 2008; …]

Il modo in cui un'antica idea è stata forgiata ***può aiutarci a ritrovare quegli antichi significati che, con un'opportuna opera di adattamento didattico,*** *possono probabilmente essere ridisegnati e resi compatibili con i moderni programmi scolastici* [Radford 1997]

"La formazione di docenti di matematiche, che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso ***apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca****"*

F. Enriques 1938 *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli 1938

Storia della Matematica in classe: come?

"Illuminazioni"
L'insegnamento ordinario è talvolta «condito» da qualche informazione storica

Moduli storici

unità didattiche dedicate alla storia su temi specifici
Approccio all'insegnamento basato sulla storia della matematica:
la storia suggerisce il modo (sequenza degli argomenti, metodo, …) per presentare un certo argomento, evidenzia errori, misconcetti, …

Tutti e tre gli approcci possono essere utili se dosati in modo differente nei vari livelli di scuola, e presuppongono:

- **Formazione preliminare degli insegnanti**
- **Preparazione di materiali *ad hoc***
- **Laboratori in classe preparati dagli insegnanti in collaborazione con gli esperti** (semplice ruolo di consulenza)

Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

CONVEGNO NAZIONALE 10 - 11 - 12 Marzo 2011
Montevarchi - San Giovanni Valdarno - Terranuova Bracciolini - Figline Valdarno

http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegno.php?id=14

171 iscritti

- 13 conferenze storiche
- 1 tavola rotonda

L'insegnamento della storia della matematica: come, quando e perché

- 15 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore

La matematica degli Egizi e dei Sumeri, I ponti di Koenigsberg, La matematica medievale, Matematica e arte, La geometria dei Greci, Il teorema di Pitagora, Sistemi di numerazione e strumenti di calcolo, I laboratori del Giardino di Archimede

- 20 laboratori per secondaria superiore

Il teorema di Pitagora, La geometria analitica, Il calcolo infinitesimale La trigonometria, La geometria dei Greci, L'algebra e le equazioni algebriche, Le costruzioni con riga e compasso, Matematica e arte, I laboratori del Giardino di Archimede

Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

SECONDO CONVEGNO NAZIONALE
IVREA 14 - 16 Marzo 2013
Liceo scientifico A. Gramsci - Polo Formativo e di Ricerca Officina H

http://php.math.unifi.it/convegnostoria/convegnostoria2/

101 Iscritti

- 10 conferenze di ricercatori in storia e didattica della matematica: Testi classici: Euclide, Newton, Dedekind, Peano; Storia dell'algebra; Giochi matematici; Bolle di sapone; Macchine matematiche; Storia del laboratorio di matematica; Libri di testo nel ventennio fascista
- 7 Laboratori per infanzia, primaria, secondaria inferiore
nascita dei numeri, teorema di Pitagora, la Pascalina, …
- 18 laboratori per secondaria superiore
matematica e arte, equazioni di secondo grado, sistemi di numerazione e tecniche di calcolo, calcolo probabilità, storia dell'analisi
- 1 conferenza-concerto La scala musicale da Pitagora a Rameau

Il piacere di insegnare - Il piacere di imparare la matematica

La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori

TERZO CONVEGNO NAZIONALE
L'AQUILA 15 - 17 Ottobre 2015
Dipartimento di Matematica Università dell'Aquila

Società Italiana di Storia delle Matematiche

PLS

Menu di navigazione

Pagina principale
Informazioni
- Sedi del Convegno
- Alberghi

Iscrizioni
Esonero ministeriale
Temi del convegno
Programma giornaliero
Comitato organizzatore
Materiali (conferenze e workshop)
Enti organizzatori, Partner e Sponsor

Il convegno è il terzo di una serie a cadenza biennale, i primi due essendosi svolti in Valdarno (Montevarchi, Figline, San Giovanni, Terranuova Bracciolini) nel marzo 2011, e a Ivrea nel marzo 2013, con la partecipazione di più di 150 insegnanti.

Nel 2015 il convegno è organizzato congiuntamente dal Dipartimento di Matematica dell'Università dell'Aquila, dalla Società Italiana di Storia delle Matematiche e dal Giardino di Archimede, dal Progetto lauree Scientifiche, con il contributo di Unione Matematica e Università degli Studi dell'Aquila. Si tiene all'Aquila dal 15 al 17 ottobre.

La struttura scientifica perfeziona quella degli incontri precedenti: la mattina ci saranno tre minicorsi su temi che fanno parte dei programmi scolastici, mentre il pomeriggio sarà dedicato a dei workshop in cui verranno esposte e discusse esperienze di introduzione della storia nell'insegnamento della matematica. In questo modo il convegno si propone di esplorare differenti proposte e metodologie e di dare alcuni suggerimenti per un uso non episodico della storia della matematica e un suo inserimento organico nel curricolo tradizionale. Tutto ciò nello spirito delle Indicazioni Ministeriali del marzo 2010, che evidenziano l'importanza di connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche che le hanno originate e di approfondirne il significato, e aggiungono che con l'introduzione della storia della matematica nell'insegnamento, lo studente dovrà acquisire una consapevolezza critica dei rapporti tra lo sviluppo del pensiero matematico e il contesto storico, filosofico, scientifico e tecnologico. In particolare, dovrà acquisire il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la matematica nel pensiero greco, la matematica infinitesimale che nasce con la rivoluzione scientifica del seicento.

I minicorsi del convegno saranno i seguenti:

Luca Dell'Aglio (Università della Calabria): Nascita e primi sviluppi del calcolo delle probabilità.

Paolo Freguglia (Università dell'Aquila): La geometria cartesiana.

Enrico Giusti (Il Giardino di Archimede): Numerazione e metodi di calcolo dall'Antichità al Medioevo.

Su quest'ultimo argomento è previsto un laboratorio a cura del Giardino di Archimede.

Il convegno è rivolto agli insegnanti di ogni ordine e grado, con particolare attenzione alle Scuole Superiori.

Come negli altri convegni, il Comitato organizzatore ha proposto, subordinatamente al reperimento di fondi, di concedere un contributo agli insegnanti che abbiano svolto delle attività sperimentali in classe e che presentino una relazione.

Che cosa ci proponiamo di fare

presentare alcuni argomenti di storia della matematica collegati con i temi affrontati nel programma scolastico al fine,

- illustrare su esempi opportunamente scelti, o attraverso letture mirate, **la maturazione di concetti, metodi e tecniche** in modo da mostrare la **genesi storica** delle teorie matematiche studiate, collocandole in un contesto culturale più ampio.
- **creare attività didattiche coerenti** con lo svolgimento del programma e che arricchiscono la cultura generale.
- avviare i ragazzi alla **lettura di testi matematici classici, di biografie, fumetti e romanzi in cui è presente la matematica**

Temi

1. Terminologia matematica dall'antichità ad oggi: intrecci culturali multidisciplinari
2. Sistemi di numerazione e operazioni nella matematica antica e medioevale
3. Dalle «dimostrazioni visive» a quelle deduttive
4. La storia dell'algebra: dagli Egizi ai Babilonesi e dai Greci agli Arabi
5. L'algebra e la matematica nel Rinascimento
6. La lunga storia dei poliedri regolari e semi-regolari.
7. La geometria analitica: dalle curve alle equazioni.
8. Leibniz, Newton e il calcolo infinitesimale
9. Il 'teorema fondamentale del calcolo integrale' (secoli XVII-XIX)
10. Dai giochi d'azzardo al calcolo delle probabilità e alla statistica (XVII-XX sec.)
11. Peano e i Giochi matematici nella storia: abachi, regoli, quadrati magici, geometria della carta piegata, problemi capziosi.
12. Calendario e Matematica: Peano e il calcolo della data di Pasqua
13. Numeri figurati nella storia: fra aritmetica e geometria. Storia e applicazioni didattiche (progressioni aritmetiche, dimostrazioni per induzione, …)
14. Frazioni continue: storia e applicazioni didattiche (algoritmo di Euclide, calcolo approssimato di radici quadrate, sezione aurea e numeri di Fibonacci, …)
15. A come Assioma: i fondamenti della geometria da Euclide a Hilbert
16. ... cominciamo da 1: i fondamenti dell'aritmetica da Euclide a Peano
17. 'La matematica non ha confini né razza': un percorso interdisciplinare fra matematica e storia, nella prospettiva dell'insegnamento multiculturale

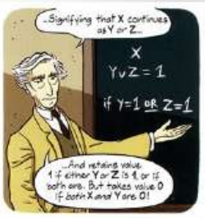
Strumenti e materiali

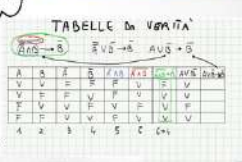
- Presentazioni in power point con opportuna bibliografia
- Antologie di testi
- I seguenti CD_ROM
  - *Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano*, cd-rom N. 6, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2008, costo: 5 Euro.
  - *Laboratori di Storia delle matematiche per le Scuole,* cd-rom N. 7, Torino, Dipartimento di Matematica G. Peano, 2013, costo: 5 Euro.
  - *La storia delle matematiche nell'insegnamento*, cd-rom, Torino Dipartimento di Matematica G. Peano, DVD N.8 2016: costo: 5 Euro.
- Schede di lavoro da compilare
- Antologie di testi


Come usare la Storia per la didattica
Sitografia

Materiali per la scuola de Il Giardino di Archimede:
http://web.math.unifi.it/archimede/note_storia.html
Collana Convergenze UMI-CIIM:
http://www.umi-ciim.it/attivita-della-ciim/progetti-editorial/collana-convergenze/
Nuove Convergenze UMI-CIIM:
http://www.umi-ciim.it/attivita-della-ciim/progetti-editorial/collana-nuove-convergenze/
Volumi UMI-CIIM, Matematica 2001, 2003, 2004:
http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/
http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/
KATZ (ed), *Historical Modules for the Teaching and Learning of Mathematics*, The Mathematical Association of America, CD-ROM, 2004

La logica e la teoria ingenua degli insiemi
Erika Luciano





... *un **generale bisogno formativo dei docenti**; **difficoltà nella trasposizione didattica** di una materia priva di una tradizione di insegnamento; la **carenza di indicazioni ministeriali** che aiutino nel lavoro di trasposizione didattica; lo scarso aiuto offerto dai **libri di testo**.*
[**C. Bonotto, F. Ferronato**, 2003]

➢Un **approccio storico** può fornire utili suggerimenti per introdurre in modo innovativo la logica, i primi elementi di teoria degli insiemi e i fondamenti dell'aritmetica e della geometria

due assiomi di **teoria degli insiemi** da utilizzare intuitivamente: isolamento ed estensionalità

cenni di **logica matematica**: passaggio dal linguaggio naturale a quello formale; regole della deduzione naturale; analisi di alcune forme di dimostrazione e soprattutto del principio di induzione

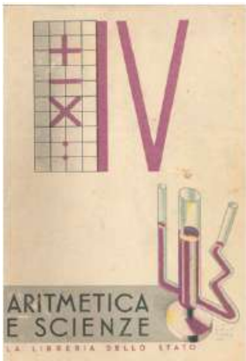
aritmetica (o **geometria**) **razionale**: sviluppo di alcune proprietà attraverso il metodo assiomatico o ipotetico-deduttivo

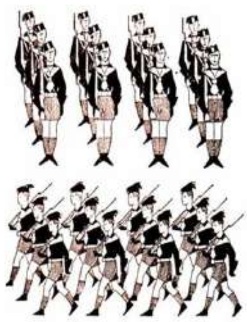
Attività proposte

- **Lezione introduttiva**, dedicata alle problematiche logico-fondazionali, e alle questioni metodologiche sollevate dal loro insegnamento
- **lettura e commento di pagine di testi originali** di G. Peano, D. Hilbert, R. Dedekind, di classici del pensiero matematico, di racconti e fumetti di contenuto logico-fondazionale
- realizzazione, in collaborazione con il docente, di **attività didattiche da sperimentare in aula** in cui, a partire da problemi o esempi tratti dalla storia, si guidi la scolaresca alla riflessione critica e all'apprendimento di determinati contenuti e metodi logico-fondazionali

'La matematica non ha confini né razza': un percorso interdisciplinare fra matematica e storia

Erika Luciano





- **gli aspetti più velocemente modificati sono i testi dei problemi di aritmetica**, i cui soggetti passano da semplici bambini a balilla in divisa, e **i disegni geometrici**, che si orientano su motivi come fasci di combattimento o armi
- **uso strumentale della storia e della storia della matematica**

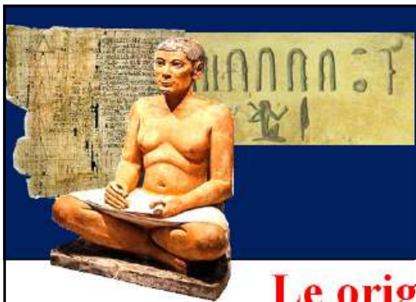
  In una scuola elementare vi sono 112 Balilla, 98 Piccole Italiane, 82 Avanguardisti e 49 Giovani Italiane. Quanti sono gli scolari della scuola iscritti all'O.N.B.? [M. Mascalchi 1937, p. 257]

  Romolo fonda Roma 753 anni avanti Cristo; la Marcia su Roma è avvenuta nel 1922 dopo Cristo. A quanti anni di distanza si sono verificati i due fatti? [M. Mascalchi 1937, p. 6]

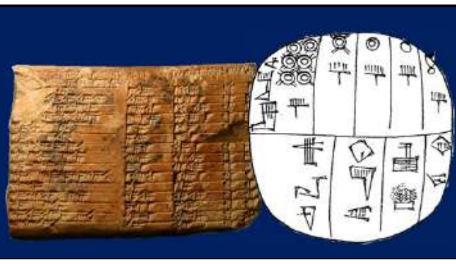
- **uno strano miscuglio pedagogico**: l'impostazione dominante continua a porre al centro il fanciullo, la cui attività deve essere orientata al **libero espletarsi delle facoltà cognitive**. La promozione delle facoltà di **intuizione, scoperta, creatività** è però **in aperto contrasto con** gli appelli all'**educazione all'obbedienza, al rispetto dell'autorità**, alla **sottomissione al maestro e allo Stato**

4 comunisti perché hanno poca voglia di lavorare guadagnano al giorno £ 8 e 4 fascisti guadagnano £ 15 al giorno. Chi guadagna di più?

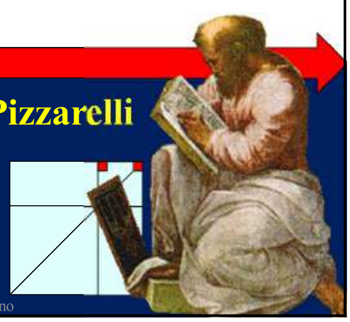
Aprilia e Guidonia furono unite con una bella strada. Il giorno della loro inaugurazione ci passarono 75 automobili. Se ognuna di loro gettò 12 bigliettini con scritto "W IL DUCE", quanti bigliettini furono gettati? [*Diario scolastico manoscritto* di Eva Ceccarelli, 1936-37, p. III]

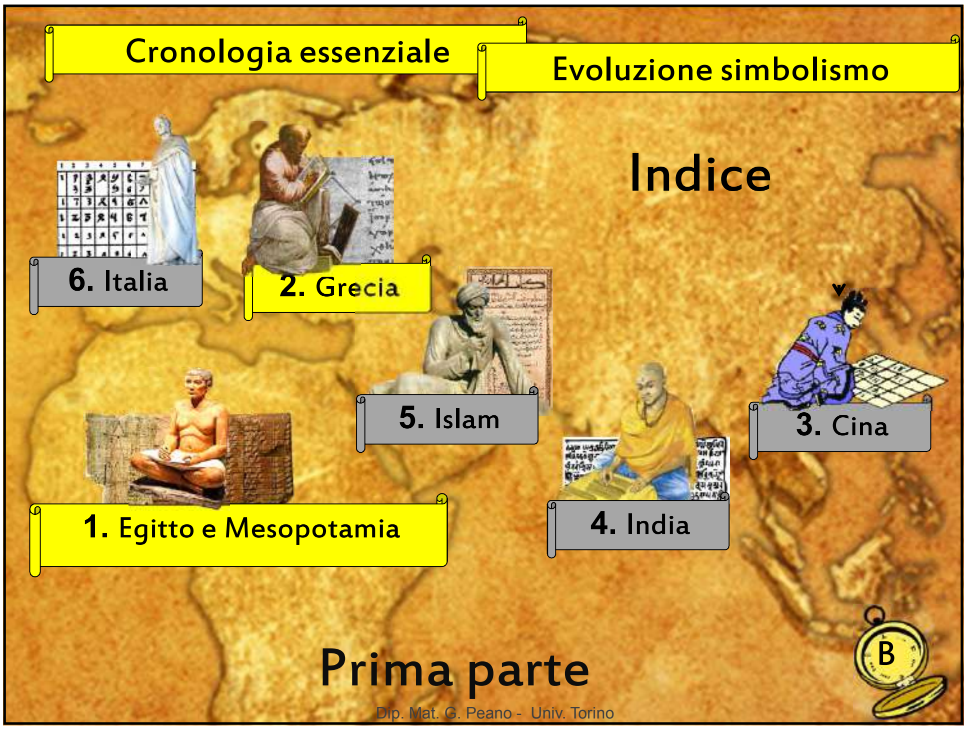


Le origini dell'algebra fra aritmetica e geometria
Parte 1



Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli



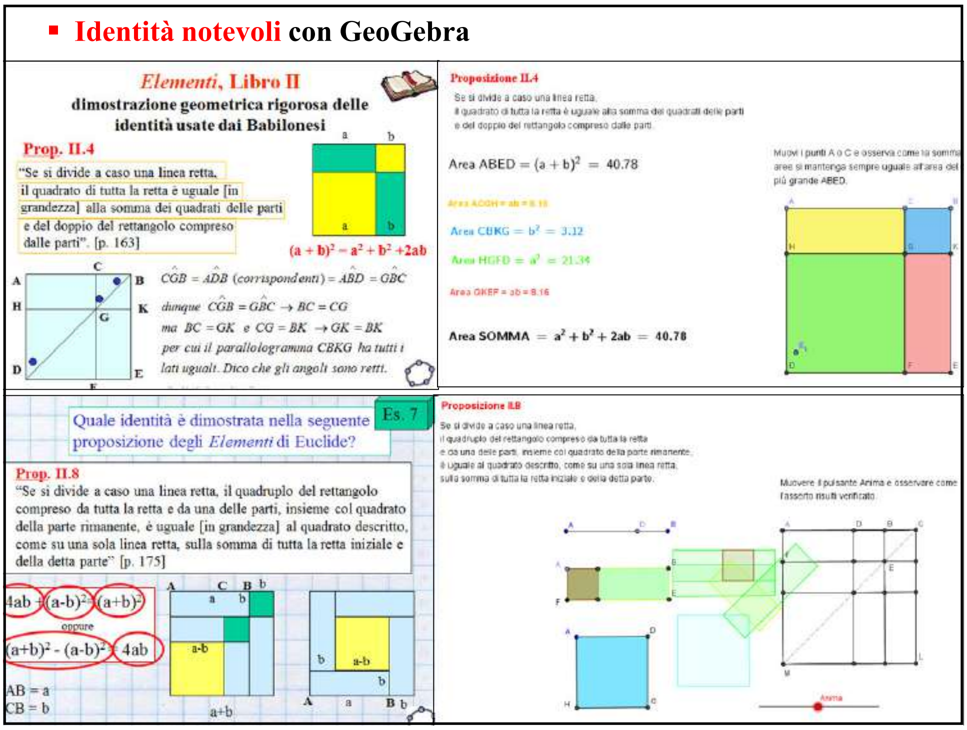

Cronologia essenziale
Evoluzione simbolismo
Indice
6. Italia
2. Grecia
5. Islam
3. Cina
1. Egitto e Mesopotamia
4. India
B
Prima parte
Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino


Storia dell'algebra
HIERO
CARDANV
L'ALGEBRA
OPERA
IN BOLOGNA
Cronologia essenziale


10x – 8 ∝ xx + 1
B in A aequantur A quad. + Z
10 res aequantur quadrat
Evoluzione del simbolismo
10 co. - 1 ce.p.9
ς ῑ ⋔ M° η ι (σος) Δʸ ᾱ M° ᾱ
Census et denari


Le origini dell'algebra
fra aritmetica e geometria
Parte 2
Livia Giacardi e Chiara Pizzarelli
Copyright: Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino


Indice
6. Italia
2. Grecia
5. Arabi
3. Cina
4. India
1. Egitto e Mesopotamia
Seconda parte
B
Dip. Mat. G. Peano - Univ. Torino

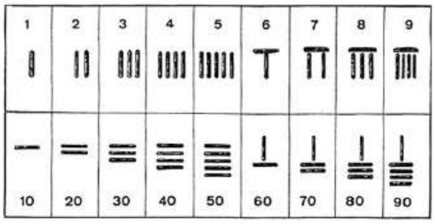

Identità notevoli con GeoGebra
Elementi, Libro II
dimostrazione geometrica rigorosa delle identità usate dai Babilonesi
Prop. II.4
"Se si divide a caso una linea retta, il quadrato di tutta la retta è uguale [in grandezza] alla somma dei quadrati delle parti e del doppio del rettangolo compreso dalle parti". [p. 163]
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
Proposizione II.4
Area ABED = $(a+b)^2$ = 40.78
Area SOMMA = $a^2 + b^2 + 2ab$ = 40.78
Quale identità è dimostrata nella seguente proposizione degli Elementi di Euclide?
Es. 7
Prop. II.8
"Se si divide a caso una linea retta, il quadruplo del rettangolo compreso da tutta la retta e da una delle parti, insieme col quadrato della parte rimanente, è uguale [in grandezza] al quadrato descritto, come su una sola linea retta, sulla somma di tutta la retta iniziale e della detta parte" [p. 175]
4ab + $(a-b)^2$ = $(a+b)^2$
oppure
$(a+b)^2 - (a-b)^2$ = 4ab
AB = a
CB = b
Proposizione II.8

In Cina

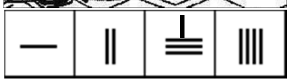
Il sistema di numerazione e il metodo del *Fangcheng*

Chiara Pizzarelli

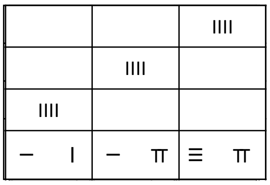
- **Sistema di numerazione cinese: decimale posizionale**



60390



- **Fangcheng**: metodo di risoluzione di sistemi di equazioni lineari, risalente al I a.C.-I d.C. **(eliminazione gaussiana 1826)**



(I) $3x + 2y + z = 39$

(II) $2x + 3y + z = 34$

(III) $x + 2y + 3z = 26$

(III)	(II)	(I)
1	2	3
2	3	2
3	1	1
26	34	39

?

		3
	5	2
4	1	1
11	24	39

?

		4
	4	
4		
11	17	37

La formula segreta

Tartaglia e Cardano: il duello matematico

Livia Giacardi
PLS 2016-2017

HIERONYMI CARDANI, PRÆSTANTISSIMI MATHEMATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI,
ARTIS MAGNÆ,
SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS,
OPVS PERFECTVM

- Lo scenario: Umanesimo e Rinascimento
- Le scuole d'abaco
- I protagonisti: Tartaglia e Cardano
- La disfida matematica: lettura dei testi
- Cardano e Bombelli e il caso irriducibile
- Commenti
- Come continua la storia

QVESITI, ET INVENTIONI DIVERSE
DE NICOLO TARTAGLIA,

Indicazioni bibliografiche e sitografiche essenziali

Su **Girolamo Cardano** si veda:
il sito *Girolamo Cardano. Strumenti per la storia del Rinascimento in Italia settentrionale* : http://www.cardano.unimi.it
dove è pubblicata l'intera *Opera omnia* del 1663 in 10 volumi
http://www.cardano.unimi.it/testi/opera.html

Le opere di **Tartaglia** e **Bombell**i si possono trovare nel sito di *Mathematica Italiana* della Scuola Normale Superiore di Pisa
http://mathematica.sns.it/opere/monografie.html

Ferrari, L. , Tartaglia, N. , *Cartelli di sfida matematica*, facsimile a cura di A. Masotti, in *Supplementi e commentari dell'Ateneo di Brescia*, Brescia, 1974.

Balduzzi S. (a cura di*), Cardano, Girolamo (1576-1663). Il libro della mia vita*, Milano, Luni, 2014.

Franci L., Toti Rigatelli L., *Storia della teoria delle equazioni algebriche*, Milano, Mursia, 1979

Maracchia S., *Storia dell'algebra*, Napoli, Liguori, 2005

- **Cronologia**: i momenti più significativi della storia dell'algebra e i protagonisti dai Babilonesi a Galois.
- **Evoluzione del simbolismo**
- I ***calcoli aha* egizi** (metodo di semplice falsa posizione)
- Il **"calcolo algebrico" dei Babilonesi** (uso delle identità notevoli, il metodo del completamento del quadrato e quello della semisomma e semidifferenza)
- Problemi di applicazione delle aree in Grecia
- La dimostrazione geometrica rigorosa delle identità notevoli negli ***Elementi* di Euclide.** Lettura guidata di alcune proposizioni.
- **Diofanto,** il recupero della tradizione babilonese e i primi passi verso il simbolismo algebrico
- **I matematici indiani e l'uso dei numeri negativi**
- **I matematici cinesi e il metodo del Fangcheng** per risolvere i sistemi lineari
- **I contributi del mondo islamico**. Al Kwarizmi (IX sec.): diffusione del sistema di numerazione indiano con lo zero, classificazione, risoluzione e discussione delle equazioni di secondo grado
- Il *Liber Abaci* (1202) di **Leonardo Pisano**: un ponte fra Oriente e Occidente

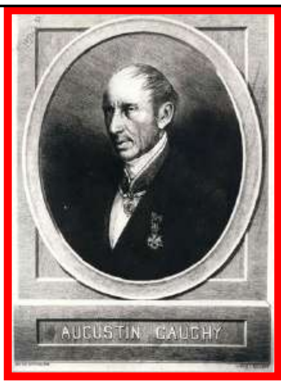
Finalità

- individuare la **transizione dai metodi aritmetici** (falsa posizione) a **quelli algebrici**
- riflettere sull'**importanza del simbolismo**
- evidenziare l'**importanza dell'ampliamento del campo numerico**
- illustrare l'**uso della geometria** per introdurre i prodotti notevoli e per risolvere equazioni di secondo grado

- Breve storia della geometria analitica con attenzione ai momenti più significativi per lo sviluppo dei metodi e dei concetti che ad essa competono:

  - introduzione di un **sistema di riferimento e uso delle coordinate,**
  - elaborazione del **simbolismo**,
  - emergenza del **legame curva-equazione**, ecc.),
  - attenzione ai **collegamenti** con l'evoluzione storica di altri settori della matematica quali l'algebra e l'analisi infinitesimale

- **Apollonio**, le *Coniche* e l'uso delle coordinate
- **O. Al Khayyam** e l'uso delle coniche per risolvere le equazioni cubiche
- **N. Oresme** e lo studio del moto attraverso i diagrammi
- **R. Descartes**, la *Géométrie* e la creazione della geometria analitica
- **P. Fermat** e un altro approccio alla geometria analitica
- Il costituirsi della **moderna geometria analitica**



Il teorema fondamentale del calcolo integrale

Livia Giacardi – Chiara Pizzarelli
PLS - 2016

L'insegnamento dell'analisi matematica segue un percorso che è opposto a quello che storicamente hanno seguito i matematici: si inizia dai limiti…

Storicamente, invece, si è verificato il processo inverso:

Già i Greci sapevano trovare volumi e aree di solidi non elementari con particolari metodi.

Nel Seicento Newton e Leibniz creano il calcolo infinitesimale, ma mancano i concetti di funzione, limite, derivata e integrale come li intendiamo ora.

Solo nell'Ottocento Cauchy fonda l'analisi sul concetto di limite.

Il rischio di utilizzare didatticamente un processo che è sostanzialmente inverso può creare negli studenti difficoltà e incomprensioni (Hans Freudenthal).

«*C'è un grosso problema con la formulazione [classica] del teorema fondamentale del calcolo integrale:* ***pochi studenti la comprendono.*** *L'interpretazione comune è infatti che l'integrazione sia il processo inverso della derivazione. Fin qui, tutto bene.* ***Il problema è che l'integrale definito è stato spiegato come limite delle sommatorie di Riemann. Per la maggior parte degli studenti, invece la definizione operativa di integrale definito è la differenza tra i valori estremi di una sua primitiva.*** *Quando questa interpretazione si combina con la definizione comune di integrazione, il teorema cessa di avere significato.*»
(Bressoud, 2011)

BRESSOUD, D. M. "*Historical reflections on teaching the fundamental theorem of integral calculus,*" American Mathematical Monthly 118 (2011)

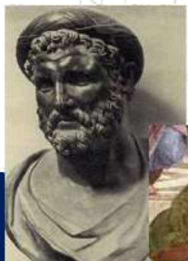
Esame comparativo di testi analisi

GUIDO ASCOLI
LEZIONI ELEMENTARI DI ANALISI MATEMATICA
ad uso dei Licei Scientifici

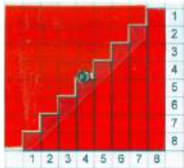
"***Ho parlato di integrale prima che di derivata;*** *il primo concetto è più semplice e indipendente dell'altro. Per introdurre il concetto di integrale ho preso le mosse dal calcolo delle aree, a cui ho dato base rigorosa."* [Capitoli VII, VIII]

Numeri figurati nella storia fra aritmetica e geometria

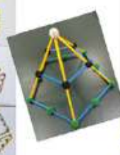
Livia Giacardi
PLS 2016

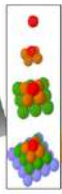


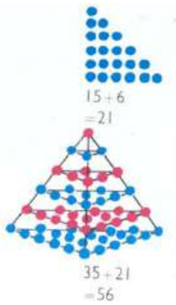
I **Pitagorici**: numeri figurati, progressioni aritmetiche, semplici risultati di teoria dei numeri
Somma dei primi *n* numeri naturali: varie dimostrazioni (Vailati Enriques, …)
Diofanto e il *Libro dei numeri poligonali*
Descartes: numeri poligonali e poliedrali
Pascal e l'uso del triangolo aritmetico
Leibniz e la somma dei reciproci dei numeri triangolari
Euler Numeri poligonali e equazioni indeterminate



Un'attività didattica

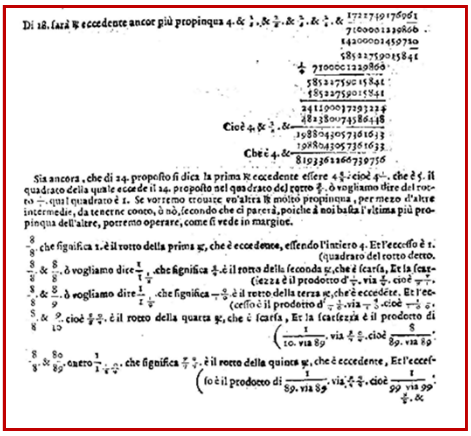






I numeri figurati nei libri di testo

Frazioni continue
Spunti didattici dalla storia


Di 18. farà R eccedente ancor più propinqua 4. & ...

Cioè 4. & ...

Che è 4. & ...

Sia ancora, che di 24. proposto si dica la prima R eccedente essere ... cioè ... che è 5. il quadrato della quale eccede il 24. proposto nel quadrato del rotto ... ò vogliamo dire del rotto ... qual quadrato è 1. Se vorremo trouare vn'altra R molto propinqua, per mezo d'altre intermedie, da tenerne conto, ò nò, secondo che ci parerà, poiche à noi basta l'vltima più propinqua dell'altre, potremo operare, come si vede in margine.

... che significa 1. è il rotto della prima ..., che è eccedente, essendo l'intiero 4. Et l'eccesso è 1. (quadrato del rotto detto.

... ò vogliamo dire ... che significa ... è il rotto della seconda ..., che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto d' ... via ... cioè ...

... ò vogliamo dire ... che significa ... è il rotto della terza ..., che è eccedente. Et l'eccesso è il prodotto d' ... via ... cioè ...

... cioè ... è il rotto della quarta ..., che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto di ... via ... cioè ...

... ouero ... che significa ... è il rotto della quinta ..., che è eccedente, Et l'eccesso è il prodotto di ... via ... cioè ...

Livia Giacardi
PLS - 2016

L'algoritmo di **Euclide** per la ricerca del massimo comun divisore

	2	1	3	1	4
67	24	19	5	4	1
48					
r 19	r 5	r 4	r 1	r 0	

$$\boxed{\frac{67}{24} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4}}}}}$$

Il metodo del polverizzatore nella **matematica indiana**
Bombelli e **Cataldi** nel '500
Huygens e i denti delle ruote del planetario
Euler e **Lagrange**: frazioni continue e equazioni indeterminate

Klein e la rappresentazione geometrica delle frazioni continue

Frazioni continue e…
Il Calendario
Pi greco
La sezione aurea
I numeri di Fibonacci

All'origine del concetto di numero

- dalla pratica dell'intaglio al concetto di base
- basi utilizzate e loro origine (2, 5,10, 20, 60,…)
- sistemi di numerazione additivi e sistemi posizionali
- la scoperta dello zero in India e sua importanza
- il sistema binario di Fohi
- il sistema vigesimale dei Maia
- l'uso dell'abaco e il sistema di posizione, scrittura di un numero in base qualunque con l'uso dell'abaco

I sistemi di numerazione egizio e babilonese

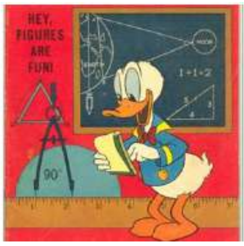
- il sistema decimale additivo egizio, addizione, moltiplicazione e divisione, le frazioni a numeratore 1
- il sistema di numerazione babilonese sessagesimale posizionale
- la mancanza dello zero e inconvenienti che ne derivano
- calcolo degli inversi
- numeri che non ammettono inverso

Finalità

- presentare **diversi sistemi di numerazione** del mondo antico e le varie tecniche di calcolo
- evidenziare **i caratteri e i vantaggi dei sistemi posizionali rispetto a quelli additivi**
- riflettere sul **concetto di base** di un sistema di numerazione, sull'importanza e sul **ruolo dello zero**
- stimolare gli studenti a guardare alle civiltà del passato anche sotto l'aspetto del sapere scientifico.

- Le “ricette” di calcolo presso gli Egizi e i Babilonesi. **Pensiero operativo-concreto**
- **Talete** (VII-VI sec. a. C.) e le prime “dimostrazioni” di affermazioni di carattere generale (lettura di frammenti su Talete)
- I **Pitagorici** (VI sec. a. C.) e l’**aritmogeometria**
- Il **teorema di Pitagora**: una “dimostrazione visiva”
- Generalizzazione del teorema di Pitagora
- Gli annodatori di corde egizi e l’inverso del teorema di Pitagora
- I Pitagorici e la **scoperta delle grandezze incommensurabili** [dimostrazione per assurdo basata sul pari e sul dispari]
- La dimostrazione in senso euclideo: **Euclide e gli *Elementi***
- **Dimostrazioni notevoli o curiose nella storia**
- Dimostrazioni dirette, dimostrazioni per assurdo, dimostrazioni per induzione, dimostrazioni con artifici …

La dimostrazione

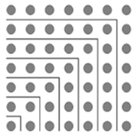


Che cosa significa dimostrare, che cosa è un teorema
Teoremi inversi
Condizioni necessarie e sufficienti
Dimostrazione per assurdo
Dimostrazione per induzione
"Contaminazioni «
Ancora " dimostrazioni visive "

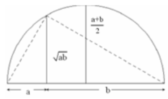
Livia Giacardi 2014

Finalità

- Riflettere su **che cosa significa dimostrare**, sul rapporto fra evidenza visiva e dimostrazione, sui **vari tipi di dimostrazione**.
- Evidenziare ostacoli di tipo cognitivo che potrebbero derivare dall'uso delle dimostrazioni «visive».



- Riflettere su **che cosa significa risolvere un problema, importanza degli strumenti scelti**.



- Stimolare alla **scoperta**.
- Inquadrare lo studio della matematica in un più **ampio contesto culturale**.

LE PAROLE DELLA MATEMATICA

Chiara Pizzarelli e Clara Silvia Roero

TRIGONOMETRIA

ARITMETICA

GEOMETRIA

MATEMATICA

ANALISI

PROBABILITÀ
E STATISTICA

ALGEBRA

Indice *Bibliografia*

MATEMATICA

- Dai **bisogni pratici** alle esigenze filosofiche
- La nascita delle grandi Scuole greche
- Il sistema assiomatico euclideo
- Parole derivanti da **strumenti** matematici
  - Dagli agrimensori dell'antico **Egitto** agli *Elementi* di Euclide
  - Le definizioni di figure e solidi riprese dai testi di Euclide, Archimede, …

GEOMETRIA **ARITMETICA**

- Dal mondo indo-arabico alle scuole romane
- Dall'indiano all'italiano volgare: lo **zero**


SENO — Trigonometria

Deriva dal latino *sinus*, dall'arabo *jaib*, ***baia***, *insenatura* (la parola araba era *jiba*, che rifletteva la pronuncia del nome sanscrito *jyva*, corda, il ***segmento che unisce due punti***, abbreviazione del termine *jya-ardha*, ***metà corda***).

I primi a considerare il *seno* di un angolo furono gli astronomi indiani; in particolare **ARYABHATA I** nella sua opera *Aryabhatiya* (499 d.C.) costruì una tavola di *mezze corde*, note col nome "*jya*".

Nell'VIII secolo la parola fu importata dall'India nel **mondo arabo**, traducendo testi astronomici. Il termine "*jya*" fu translitterato e divenne "*jiba*" o "*jb*", parola priva di significato presso gli arabi.

RADICE — Algebra

Dal latino *radix*, nei due significati di ***radice di un numero*** e di ***soluzione di un'equazione*** (traduzione della parola araba ***gizr***, *radice* di un albero)

Così come le radici di un albero, la 'radice di un numero' *a* è un numero che bisogna **estrarre** dal luogo in cui è stato «sotterrato», e proprio come un'estrazione, il numero deve essere **elevato** al quadrato per restituire *a*.
In senso traslato, pure la radice di un'equazione si deve 'estrarre dall'equazione stessa' per poterla scoprire e determinare.

Inoltre, il simbolo della radice è la stilizzazione della corrispettiva parola araba. جذر ⟹ √

INTEGRALE — Analisi

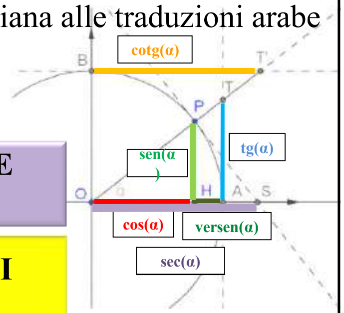
Deriva dal latino *integralis*, da *integer*, ***intero***, *totale*, *che non è diviso* (*integrum*, accusativo di *integer*, composto da *in-*, suffisso di negazione e *tangere*, toccare)

In origine **G. W. LEIBNIZ** preferisce denotarlo con la locuzione «*calculus summatorius*» (1672-1684), come operazione inversa del «*calculus differentialis*».

Fu il matematico svizzero **Johann BERNOULLI** (1667-1748), uno dei pionieri del metodo differenziale, in contatto epistolare con Leibniz, che suggerì il termine «*calculus integralis*», con il significato di «totale», riferito alla determinazione di un'area, un volume, o una lunghezza.

TRIGONOMETRIA

- Dall'astronomia indiana alle traduzioni arabe



PROBABILITÀ E STATISTICA

ANALISI

ALGEBRA

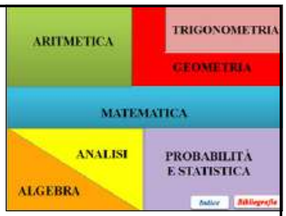
- I rimandi alle **origini** delle discipline

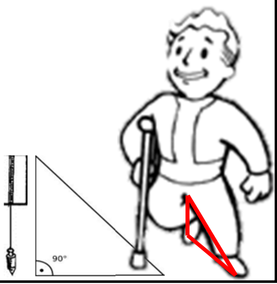
Finalità

- Comprendere l'**etimologia** e l'**origine storica** delle parole matematiche
- Evidenziare le relazioni e gli intrecci con **altre discipline** (Arte, Storia, Filosofia)
- Riflettere sull'**evoluzione del linguaggio** e delle notazioni nei secoli
- Stimolare la **curiosità**

"Questa parola, e le altre che via via abbiamo studiate, ***dagli usi comuni della vita furono assunte al servigio della scienza; e questa, fissandole in particolari significati, ne conservò nei secoli le forme****, divenute patrimonio comune di tutte le lingue d'Europa, e nucleo di una lingua internazionale."*

[**Luisa Viriglio**, *Le parole italiane di matematica*, 1919]





LA STORIA DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

1) Il problema della divisione della posta
2) Il gioco dei dadi

Chiara Pizzarelli e Clara Silvia Roero

Il gioco dei dadi
- Gli astragali e i dadi nell'antica Grecia
- L'ordine conta! *Combinazioni e disposizioni*
- **Cardano** e le scommesse sui tiri degli astragali
- Galileo e l'***equipossibilità***
- Il lancio della moneta e il «fenomeno D'Alembert»
- Il problema di De Meré: le soluzioni di **Pascal** (E^c) e **Fermat** (*teorema della probabilità composta*)
- Huygens e Jacob Bernoulli: la speranza matematica

$A_{-a}\ B_{-b}$

Il problema della divisione della posta
- Gli errori delle soluzioni di **Pacioli** e **Tartaglia**
- La *probabilità totale per eventi indipendenti*: il metodo di Pascal
- Le *disposizioni con ripetizione*: il metodo di Fermat
- De Roberval e il problema dell'*equipossibilità*
- La corrispondenza Pascal – Fermat (trad. italiana)

Finalità

- Descrivere alcuni episodi della storia del «**problema del gioco dei dadi**» e del «**problema della divisione della posta**»
- Seguire i percorsi di '**scoperta**' dei matematici della storia (comprendenti **metodi alternativi** e gli **errori!**)
- Chiarire il concetto di **gioco equo**
- Sfruttare il gioco e l'effetto **sorpresa**
- Usare **testi originali** (in lingua o tradotti)

Calendario e matematica: Peano e il calcolo della Pasqua

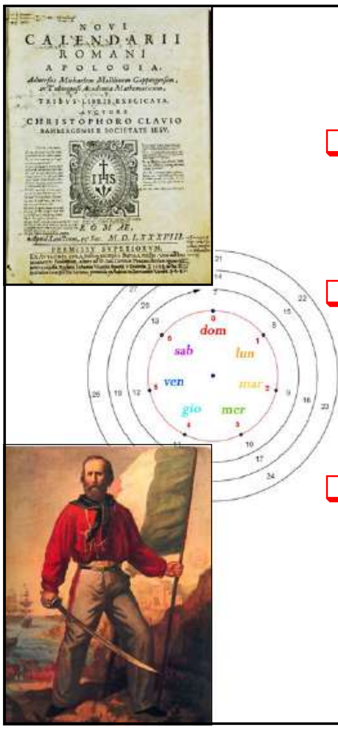
Chiara Pizzarelli

La storia del calendario

- Il calendario **giuliano**
- Gli errori sul calendario tropico e la riforma **gregoriana**
- Le **approssimazioni** e gli errori nel calendario

Il calcolo della data di Pasqua

- Dalla definizione alla formula con il metodo dell'epatta
- Il calcolo dell'***età della Luna***
- Il ***settimanale*** di una data (Excel) e la costruzione del calendario perpetuo



Finalità

- Creare **collegamenti** con discipline, quali l'Astronomia, la Storia, il Latino, la Religione,…
- Mostrare l'importanza degli **errori di approssimazione** e il ruolo dei matematici nella storia del calendario.
- Rendere le **operazioni sulle misure del tempo** e le **classi di resto** accattivanti e aderenti alla realtà quotidiana (problemi proposti da Peano in contesti storici).